

**Wydział Nauk Ekonomicznych  
Uniwersytet Warszawski**

**Emilia Fedio  
Aneta Włodek  
Krzysztof Kędra  
Piotr Mularczyk**

## **Testowanie skłonności do ryzyka**

Praca napisana na zajęcia: Mikroekonomia III  
Prowadzący: dr Tomasz Kopczewski

Warszawa, maj 2001

## **SPIS TREŚCI**

WSTĘP	3
PODSTAWY TEORETYCZNE	4
Stosunek do ryzyka	4
Racjonalność	6
PRZEBIEG EKPERYMENTU	6
INTERPRETACJA WYNIKÓW	8
Stosunek do ryzyka	8
Wpływ informacji	8
Racjonalność wyboru	9
Rozkład wygranych	10
PODSUMOWANIE	12
Bibliografia	12

## WSTĘP

Celem zaplanowanego przez nas eksperymentu miało być testowanie skłonności do ryzyka. Projekt zakładał, że testowana grupa ujawni swoje preferencje przez wielokrotny wybór pomiędzy inwestycjami ryzykownymi o różnym poziomie ryzyka a inwestycją bezryzykowną. Aby można było porównywać ryzyko w ramach pojedynczego wyboru (gry), wszystkie dostępne aktywa (inwestycje) posiadały jednakową wartość oczekiwaną z danej gry. Zdawaliśmy sobie jednak sprawę, że mogą pojawić się dwa istotne problemy. Po pierwsze grupa mogła okazać się nieracjonalna i dokonywać wyborów nie zależnie od swoich rzeczywistych preferencji dotyczących ryzyka. Po drugie ogłaszanie informacji o wynikach poszczególnych gier mogło wpłynąć na wybory dokonywane przez graczy, np. osoba, która ryzykując dużo, kilkakrotnie przegrała mogła zacząć wybierać inwestycje bezryzykowną. Ta ewentualność skłoniła nas do testowania także wpływu informacji na dokonywane wybory oraz racjonalności.

Wywiązała się wśród nas dyskusja dotycząca wyboru głównej hipotezy zerowej, która doprowadziła do polaryzacji punktów widzenia. Stronictwo optymistów prezentujące naukowy punkt widzenia było za przyjęciem  $H_0$ : „grupa ma skłonność do ryzyka”, ponieważ w przypadku wystąpienia dla grupy podręcznikowej awersji, łatwo byłoby tą hipotezę odrzucić. Stronictwo pesymistów uważało, że grupa może zachowywać się na trzy sposoby:

- ustosunkować się do eksperymentu ambiwalentnie, wybrać aktywa bezryzykowne i wyjść,
- wybierać (na złość) inwestycje w sposób czysto losowy,
- grać ryzykownie ponieważ w eksperymencie nie grają własnymi pieniędzmi i mogą tylko zyskać.

W końcu uznaliśmy, że korzystniejsze będzie przyjęcie **hipotezy zerowej o awersji do ryzyka**, ponieważ doszliśmy do wniosku, że studenci umotywowani możliwością zarobienia dolarów Banku Ekonomii Eksperymentalnej będą inwestowali głównie w aktywa ryzykowne, aby maksymalizować zysk z gry, a tym samym z całego eksperymentu.

W związku z wcześniej wspomnianymi problemami przyjęliśmy także hipotezy poboczne. Pierwsza z nich dotyczyła wpływu informacji. Uznaliśmy, że hipoteza zerowa powinna brzmieć następująco: informacja nie wpływa na dokonywane wybory. Druga hipoteza zerowa stwierdzała, że gracze są racjonalni.

## PODSTAWY TEORETYCZNE

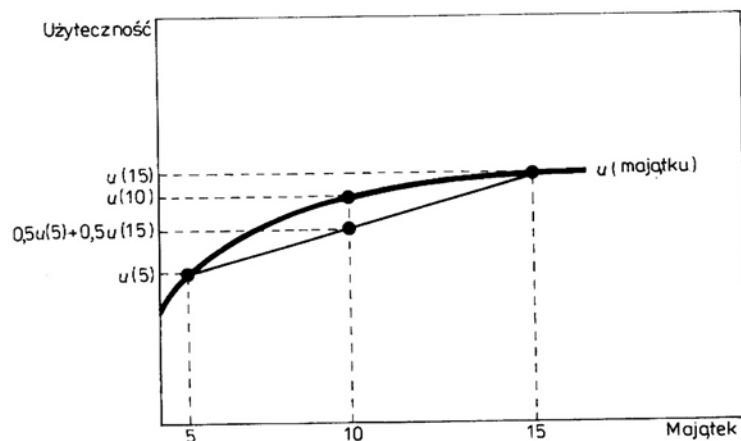
### Stosunek do ryzyka

Stosunek do ryzyka zależy od preferencji konsumenta, a więc od jego funkcji użyteczności.

Rozróżniamy trzy podstawowe grupy konsumentów:

- posiadający awersję do ryzyka
- obojętni wobec ryzyka
- posiadający skłonność do ryzyka

Z teoretycznego punktu widzenia stosunek do ryzyka można zmierzyć w następujący sposób. Załóżmy, że konsument ma możliwość zainwestowania swoich pieniędzy w inwestycje, która z prawdopodobieństwem  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ ) daje wygraną  $x$ , a z prawdopodobieństwem  $(1-p)$  daje stratę w wysokości  $y$ . Wartość oczekiwana tej gry wynosi  $p \cdot x + (1-p) \cdot y$ . Jej oczekiwana użyteczność natomiast wynosi:  $p \cdot u(x) + (1-p) \cdot u(y)$ , gdzie  $u(x)$  jest użytecznością  $x$ , natomiast  $u(y)$  jest użytecznością  $y$ .

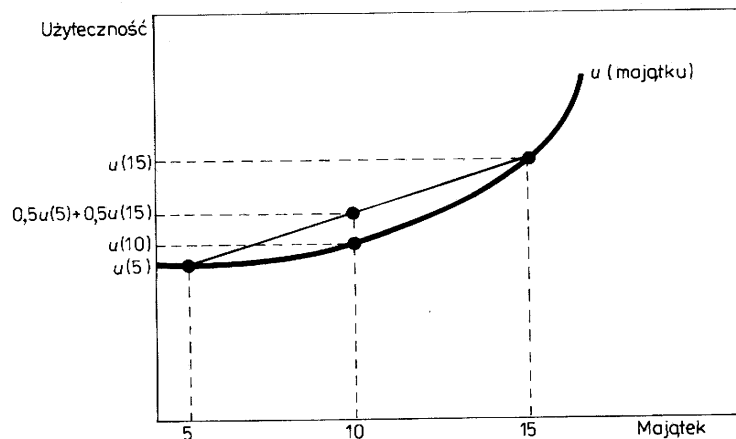


**Rys. 12.2. Niechęć do ryzyka.** Dla konsumenta nie lubiącego ryzyka użyteczność oczekiwanej wartości gry  $u(10)$  jest większa niż oczekiwana użyteczność gry  $0,5u(15) + 0,5u(5)$ .

Jeżeli użyteczność wartości oczekiwanej gry, czyli  $u[p \cdot x + (1-p) \cdot y]$  jest wyższa niż oczekiwana użyteczność gry, mówimy, że konsument posiadający daną funkcję użyteczności ma awersję do ryzyka. Zapis matematyczny:  $u[p \cdot x + (1-p) \cdot y] > p \cdot u(x) + (1-p) \cdot u(y)$

Powyższy rysunek ilustruje funkcję użyteczności konsumenta mającego awersję do ryzyka. Wartość oczekiwana gry wynosi w tym przypadku 10, a prawdopodobieństwo (przy dysponowaniu majątkiem równym 10) wygrania, lub straty 5 wynosi 0,5.

Konsument posiadający daną funkcję użyteczności ma skłonność do ryzyka jeżeli oczekiwana użyteczność gry jest dla niego większa niż użyteczność jej wartości oczekiwanej. Zapis matematyczny wygląda następująco:  $u[p \cdot x + (1-p) \cdot y] < p \cdot u(x) + (1-p) \cdot u(y)$ . Sytuacja ta jest przedstawiona na poniższym rysunku.



**Rys. 12.3. Skłonność do ryzyka.** Dla konsumenta lubiącego ryzyko oczekiwana użyteczność gry  $0,5u(15)+0,5u(5)$  jest większa niż użyteczność jej oczekiwanej wartości  $u(10)$ .

Jeżeli natomiast dla konsumenta o określonej funkcji użyteczności, oczekiwana użyteczność jest równa użyteczności wartości oczekiwanej gry, to jest on obojętny wobec ryzyka.

Do określania wielkości ryzyka używać można różnych miar. Najczęściej używanymi są wariancja lub odchylenie standardowe. Wydaje się jednak, że właściwszą miarą byłaby semiwariancja, mierząca tylko ryzyko poniesienia straty (ryzyko zysku właściwie nie jest ryzykiem). Istnieje także miara stosunku do ryzyka zwana miarą absolutnej awersji do ryzyka Arrowa-Pratta. Aby ją określić należy policzyć pierwszą oraz drugą pochodną funkcji użyteczności konsumenta. Miara ta jest stosunkiem pochodnych:

$$r(w) = -u''(w)/u'(w),$$

gdzie  $w$  zdefiniowane jest jako początkowe bogactwo konsumenta. Podstawowym problemem przy obliczaniu miary Arrowa – Pratta jest znalezienie wzoru funkcji użyteczności konsumenta.

W populacji konsumentów występuje przewaga osób charakteryzujących się awersją do ryzyka. Szacuje się, że skłonność do ryzyka wykazuje tylko 2-3% populacji. Są one siłą napędową gospodarki i walenie przyczyniają się do jej wzrostu.

## Racjonalność

Testując racjonalność graczy należy posłużyć się aksjomatami teorii preferencji. Załóżmy, że konsument może dokonać wyboru pomiędzy trzema koszykami dóbr: koszykiem x, koszykiem y i koszykiem z. Jeżeli założymy, że każde dwa koszyki są porównywalne, to jego preferencje są zgodne, jeżeli spełnione są następujące warunki:

- **zupełność (symetryczność):** jeżeli  $x \Rightarrow y$  (x jest częściowo preferowane nad y, czyli x jest co najmniej tak samo dobre jak y) oraz  $y \Rightarrow x$  (y jest częściowo preferowane nad x) to oznacza to, że konsument jest obojętny w stosunku do tych koszyków (są one dla niego tak samo dobre),
- **zwrotność:** zakładamy, że każdy koszyk jest tak samo dobry jak on sam, tzn.  $x \Rightarrow x$
- **przechodność:** jeżeli  $x \Rightarrow y$  oraz  $y \Rightarrow z$  to  $x \Rightarrow z$ , czyli jeżeli koszyk x jest przynajmniej tak samo dobry jak y, a koszyk y przynajmniej tak samo dobry jak z, to x jest przynajmniej tak samo dobry jak z.

W przypadku, gdy konsument nie jest obojętny w stosunku do koszyków (relacja mocnej preferencji), to aksjomaty wyglądają następująco:

- **asymetryczność:**  $x > y$  (x jest mocno preferowane nad y, a zatem x jest lepsze od y), to nieprawdą jest, że  $y > x$
- **przeciwwrotność:** nieprawdą jest, że  $x > x$
- **przechodność:** jeżeli  $x > y$  oraz  $y > z$  to  $x > z$ , czyli jeżeli koszyk x jest mocno preferowany nad y (lepszy niż y), a koszyk y jest mocno preferowany nad z, to x jest mocno preferowany nad z.

Kiedy jednak można powiedzieć, że konsument jest nieracjonalny? Załóżmy, że nasze trzy koszyki nie są mu obojętne, czyli tak samo dobre. Konsument nie jest racjonalny, jeżeli mając do wyboru x i y wybierze x (czyli  $x > y$ ) oraz mając do wyboru y i z wybierze y (czyli  $y > z$ ), natomiast w przypadku wyboru pomiędzy x i z wybiera z (czyli  $x < z$  co jest sprzeczne z aksjomatem przechodności).

## PRZEBIEG EKSPERYMENTU

W przeprowadzonym przez nas eksperymencie wzięły udział 42 osoby. Zostały one podzielone w następujący sposób: co druga odliczona osoba wyszła do drugiej sali. Podział

ten został więc dokonany w sposób losowy, ale systematyczny. W obydwu salach otrzymały one jednakowe instrukcje dotyczące przebiegu eksperymentu. Miał on polegać na wyborze pomiędzy aktywem bezryzykownym i trzema aktywami ryzykownymi w każdej z 10 gier, w dwóch odrębnych seriach. Arkusz wyboru pojedynczej gry wyglądał następująco:

<i>Gra nr</i>	<i>P(sukcesu)</i>	<i>P(porażki)</i>	<i>gdy sukces</i>	<i>gdy porażka</i>	<i>EX</i>
A)	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>20</b>	<b>XXXXXXXXXX</b>	<b>20</b>
B)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	<b>30</b>	<b>10</b>	<b>20</b>
C)	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>20</b>
D)	<b>12/13</b>	<b>1/13</b>	<b>26</b>	<b>-52</b>	<b>20</b>

W pierwszej sali gracze w pierwszej serii otrzymali arkusz z 10 grami, w których mieli zaznaczyć swój wybór. Przy czym w każdej z gier można było zaznaczyć jedynie jedno aktywo: A, B, C lub D. Dodatkowo gracze zostali poinformowani, że do gier w tej serii nie zostały jeszcze wygenerowane prawdopodobieństwa (wyniki). W rzeczywistości wszystkie prawdopodobieństwa zastały wygenerowane przed eksperymentem.

W drugiej serii gracze otrzymywali po jednej grze, po której byli informowani o jej wyniku. Kolejność (tych samych, co w pierwszej serii) gier w drugiej serii została spermutowana, a ich liczba pozwalała przypuszczać, że gracze nie zorientują się, że są to te same gry (co potwierdziło się w praktyce). Gracze na podpisanie się i zaznaczenie odpowiedzi mieli zbyt mało czasu, aby liczyć jakiegokolwiek miary ryzyka, mogli więc dokonywać wyborów na podstawie oceny prawdopodobieństwa poszczególnych gier. Nie mieli także możliwości zapisywania wyborów, jakich dokonywali (zmiana kolejności gier oraz zakaz korzystania z dodatkowych kartek papieru).

W drugiej sali kolejność serii (gry były dokładnie takie same, jak w pierwszej grupie) została odwrócona. Wydzielenie dwóch odrębnych serii oraz odwrócenie ich kolejności miało posłużyć stwierdzeniu, a jaki sposób zmieniają się wybory grup, gdy będą one grać z /bez informacji o wyniku gier.

Ponadto wszyscy gracze zostali poinformowani, że wysokość wypłaty za eksperyment będzie uzależniona od indywidualnego wyniku osiągniętego w obu seriach. Było to motywacją do maksymalizacji wyniku w pojedynczej grze, a przez to w całym eksperymencie. Wiedzieli

także, że zostaną podzieleni na trzy grupy, ale nie znali ich liczebności ani zróżnicowania wysokości wypłat pomiędzy grupami.

## **INTERPRETACJA WYNIKÓW**

### **Stosunek do ryzyka**

Pierwotnie planowaliśmy znalezienie przybliżonej funkcji użyteczności każdego z graczy oraz zagregowanej funkcji użyteczności dla całej grupy. Okazało się to zadaniem zbyt czasochłonnym i skomplikowanym, ze względu na bardzo dużą liczbę danych. Zweryfikowanie hipotezy miało więc charakter intuicyjny, opierało się na analizie wyników, które były na tyle jednoznaczne, że możliwe stało się odrzucenie hipotezy zerowej. Przypomnijmy jej brzmienie:

H0: grupa ma awersję do ryzyka

H1: grupa ma skłonność lub jest obojętna wobec ryzyka.

Spośród 42 osób jedynie dwie (nr 16, nr 17 na liście wypłat) konsekwentnie (w obu seriach) wybierały inwestycje w aktywa bezryzykowne. Istnieją dwie możliwości: albo mają one awersję do ryzyka, albo wykazały stosunek ambiwalentny do całego eksperymentu. Pozostałe osoby grały przeważnie ryzykownie, rzadko wybierając aktywa bezpieczne. Przemawia to za tym, że mają one skłonność lub obojętny stosunek do ryzyka. Uważamy, że są to wystarczające przesłanki do odrzucenia hipotezy zerowej.

Gdybyśmy otrzymali podobny wynik eksperymentu w przypadku gry pieniędzmi należącymi do graczy, wówczas byłyby to (w naszym mniemaniu) okoliczność dobrze rokująca na przyszłość dla polskiej gospodarki.

### **Wpływ informacji**

Hipotezy poboczne dotyczące wpływu informacji na dokonywane przez graczy wybory wyglądały następująco:

H0: informacja o wynikach gier nie wpływa na dokonywane wybory

H1: informacja o wynikach gier ma wpływ na dokonywane wybory

Wyniki eksperymentu wskazują na to, że wielu graczy w serii, w której rozdawaliśmy pojedyncze arkusze gier oraz ogłaszaliśmy wyniki, wybierało zupełnie inaczej niż w serii wyborów bez informacji. Przedstawiamy tu wybory czterech osób.



Doskonałym przykładem jest gracz nr 18 (na liście wypłat) z pierwszej grupy. Początkowo (seria bez informacji, cały arkusz) wybierał on aktywa bezryzykowne i aktywa ryzykowne o największym prawdopodobieństwie sukcesu (wszystkie wybory graczy znajdują się w pliku ryzyko\_exp). Strategia ta przyniosła mu 102,5 pkt. (przy wartości oczekiwanej z gry 58,00 pkt.). W drugiej serii (pojedyncze gry, informacja o wynikach) gracz wybierał strategie, które miały podobne prawdopodobieństwo sukcesu oraz porażki. Tym razem wynik z gry wyniósł 10,5 pkt.

Kolejnym przykładem jest gracz nr 24 (również pierwsza grupa). W pierwszej serii (cały arkusz) wybierał on przede wszystkim aktywa z małym prawdopodobieństwem sukcesu, ale o dużej wypłacie (w przypadku sukcesu). W serii drugiej (kartki, informacja) wybierał on przede wszystkim aktywa bezryzykowne. Obydwie serie przyniosły mu prawie jednakową liczbę punktów.

Ciekawym przypadkiem wpływu informacji na dokonywane wybory może być gracz nr 20 (pierwsza grupa). W pierwszej serii (cały arkusz, brak informacji) wybierał on (z jednym wyjątkiem) aktywa bezryzykowne. W drugiej serii (kartki, informacja) aż sześć razy wybrał aktywa ryzykowne. W obydwu seriach jego wyniki były zbliżone (I – 51 pkt., II – 55,55 pkt.).

Gracz nr 35 z drugiej grupy, w pierwszej serii (tym razem kartki, informacja) wybierał prawie zawsze aktywa o podobnym lub takim samym prawdopodobieństwie sukcesu lub porażki strategia ta przyniosła mu zaledwie 3 pkt. w drugiej serii (cały arkusz, brak informacji) wybierał głównie aktywa bezpieczne lub o najwyższym prawdopodobieństwie sukcesu. Ta asekuracyjna strategia przyniosła aż 70 punktów.

Chociaż wiele osób dokonywało wyborów bardzo konsekwentnie, zarówno w pierwszej jak i w drugiej serii (np.: racz nr 8, czy gracz nr 41), uważamy że podane przez nas przykłady są wystarczającą przesłanką do odrzucenia hipotezy zerowej dotyczącej wpływu informacji.

### **Racjonalność wyboru**

Zgodnie z wynikami eksperymentu jedynie dwie osoby w grupie miały awersję do ryzyka. Pozostali gracze byli zatem obojętni lub skłonni w stosunku do ryzyka. Jednak racjonalność ich wyborów jest kwestią dyskusyjną. Postawiliśmy zatem hipotezę:

H0: gracze zachowują się racjonalnie

H1: gracze zachowują się nieracjonalnie.

Hipotezę tę będziemy testować wykorzystując wybory graczy w dwóch tych samych grach z kolejnych serii. Obydwie gry miały taką samą wartość oczekiwaną, i takie same prawdopodobieństwa sukcesu i porażki.

<i>Gra nr</i>	<i>P(sukcesu)</i>	<i>P(porażki)</i>	<i>gdy sukces</i>	<i>gdy porażka</i>	<i>EX</i>
A)	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>XXXXXXXXXX</b>	<b>10</b>
B)	½	½	<b>15</b>	<b>5</b>	<b>10</b>
C)	½	½	<b>20</b>	<b>0</b>	<b>10</b>
D)	½	½	<b>30</b>	<b>-10</b>	<b>10</b>

Za przykład mogą posłużyć wybory graczy nr 22, 12, 38, 20, 11, 18 (choć podobnie postępowała większa liczba graczy). W pierwszej serii (cały arkusz, brak informacji) wybrali oni aktywo bezryzykowne, czyli A. Następnie w drugiej serii, w tej samej grze wybrali aktywa ryzykowne (a konkretnie bardzo ryzykowne C). Załóżmy, że gracze ci mają skłonność do ryzyka (w większości gier zagrali bowiem ryzykownie). Oznaczmy aktywo bezryzykowne A jako x, aktywa ryzykowne jako y. Z punktu widzenia aksjomatów relacji mocnej preferencji, aktywo bezryzykowne x było mocno preferowane nad aktywem ryzykownym y. Następnie aktywo y było mocno preferowane nad x. Oznacza to złamanie aksjomatu asymetryczności. Gracze ci mogliby być uznani za racjonalnych tylko w przypadku, gdyby byli obojętni wobec ryzyka.

Wnioski są następujące. Jeżeli założymy że ci gracz mieli skłonność do ryzyka to hipotezę zerową należałoby odrzucić. Natomiast nie można tego zrobić w przypadku, gdyby gracze byli całkowicie obojętni w stosunku do ryzyka.

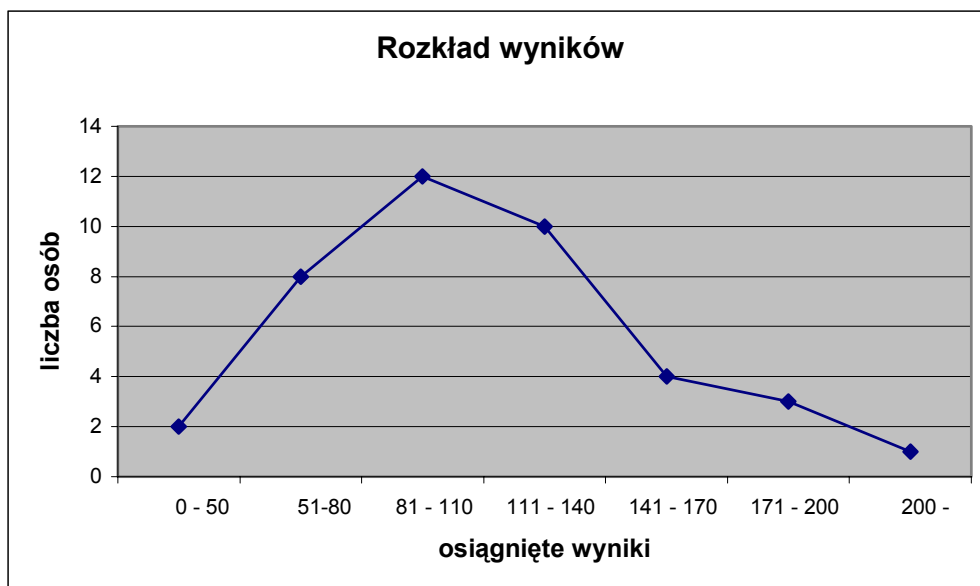
### Rozkład wygranych

Gracze, powstrzymując się od inwestowania w aktywo bezryzykowne, mogli zdobyć w sumie dokładnie 116 punktów (po 58 punktów w serii). Średnia wartość wygranej okazała się nieco niższa i wyniosła około 108,4 pkt. Najwyższy osiągnięty wynik (223 punkty) był o 107 punktów wyższy od gwarantowanych 116. A oto wyniki poszczególnych graczy:

	<b>Cały Arkusz</b>	<b>Kartki</b>	<b>RAZEM</b>		<b>Cały Arkusz</b>	<b>Kartki</b>	<b>RAZEM</b>
<b>1</b>	109,00	114,00	<b>223,00</b>	<b>5</b>	86,50	81,50	<b>168,00</b>
<b>2</b>	89,00	97,00	<b>186,00</b>	<b>6</b>	51,15	114,10	<b>165,25</b>
<b>3</b>	100,00	81,00	<b>181,00</b>	<b>7</b>	71,00	92,00	<b>163,00</b>
<b>4</b>	94,00	84,00	<b>178,00</b>	<b>8</b>	101,00	42,00	<b>143,00</b>

	Cały Arkusz	Kartki	RAZEM		Cały Arkusz	Kartki	RAZEM
<b>9</b>	54,50	74,50	129,00	<b>26</b>	45,50	52,00	97,50
<b>10</b>	77,00	50,00	127,00	<b>27</b>	77,00	12,60	89,60
<b>11</b>	34,15	92,15	126,29	<b>28</b>	31,00	58,00	89,00
<b>12</b>	78,05	48,15	126,19	<b>29</b>	58,00	31,00	89,00
<b>13</b>	63,55	62,60	126,15	<b>30</b>	33,10	53,00	86,10
<b>14</b>	98,00	25,00	123,00	<b>31</b>	73,50	11,05	84,55
<b>15</b>	49,50	68,50	118,00	<b>32</b>	47,50	36,60	84,10
<b>16</b>	58,00	58,00	116,00	<b>33</b>	46,00	32,00	78,00
<b>17</b>	58,00	58,00	116,00	<b>34</b>	32,60	43,60	76,20
<b>18</b>	102,50	10,50	113,00	<b>35</b>	70,00	3,00	73,00
<b>19</b>	39,00	73,00	112,00	<b>36</b>	14,60	51,60	66,20
<b>20</b>	51,00	55,55	106,55	<b>37</b>	16,10	50,00	66,10
<b>21</b>	44,00	62,50	106,50	<b>38</b>	47,00	15,50	62,50
<b>22</b>	54,10	47,00	101,10	<b>39</b>	10,00	47,00	57,00
<b>23</b>	11,00	90,00	101,00	<b>40</b>	36,50	16,60	53,10
<b>24</b>	50,10	50,00	100,10	<b>41</b>	29,00	14,00	43,00
<b>25</b>	49,15	49,15	98,29	<b>42</b>	-25,50	31,60	6,10

Graficzna prezentacja wyników wskazuje, że zdecydowana większość osób uplasowała się w przedziałach 81-110 oraz 111-140 punktów.



## **PODSUMOWANIE**

Wyniki eksperymentu podsumować można następująco: większość badanej grupy ma skłonność lub jest obojętna w stosunku do ryzyka. Fakt ten można wytłumaczyć tym, że grając niczego tak naprawdę nie ryzykowali (z wyjątkiem utraty ewentualnej wypłaty). Zatem ryzykując mogli co najwyżej zyskać. Gdyby grali używając własnego, rzeczywistego majątku większość graczy prawdopodobnie wykazałaby się awersją do ryzyka. Pod tym względem wyniki eksperymentu nie mogą odzwierciedlać skłonności do ryzyka w społeczeństwie, a jedynie w badanej grupie.

Zdajemy sobie także sprawę z niedoskonałości konstrukcji zarówno gier jak i samego eksperymentu. Gdybyśmy na podstawie głównych założeń eksperymentu chcieli stworzyć profesjonalną pracę badawczą należałoby:

- poprawić dane dla gier: dobrać wartości oczekiwane oraz prawdopodobieństwa tak, aby na ich podstawie można było wykreślić przybliżone funkcje użyteczności poszczególnych graczy
- znaleźć metodę ustalania przebiegu funkcji użyteczności na podstawie dokonywanych przez graczy wyborów
- dobrać grupę reprezentatywną
- skonstruować odpowiednie testy służące weryfikacji hipotezy, z uwzględnieniem wyboru konkretnej miary ryzyka
- przeznaczyć na opracowanie danych odpowiednią (czytaj: ogromną) ilość czasu

Mamy jednak nadzieję, że przy uwzględnieniu dostępnych nam metod badawczych, osiągnięte przez nas wyniki są interesujące i miarodajne.

### **Bibliografia:**

VARIAN H., Microeconomic Analysis, W.W. Norton & Compan Inc., New York, 1992