



UNIwersYTET WARSZAWSKI
Wydział Nauk Ekonomicznych

MIKROEKONOMIA III - ZBIÓR ZADAŃ

Autor: Maciej Wilamowski

8 grudnia 2012

Legenda:

* - ciekawe zadania, obowiązkowe

** - ciekawe zadania, ponadobowiązkowe

† - trudne, ciekawe zadania ilustracyjne, nieobowiązkowe

brak oznaczeń - zadania elementarne, absolutnie obowiązkowe

1 Popyt i podaż

Zadanie 1

Zakładając, że I to dochód, m to wydatki poniesione przez konsumenta na dobra, p to ceny, a x i y reprezentują ilości kupowanego, oblicz indywidualne funkcje popytu konsumentów dla poszczególnych funkcji użyteczności. Uwaga w przypadku, w którym występuje więcej niż jedno dobro należy podać funkcje popytu na obydwa dobra.

- a. $U(x) = x - \beta x^2 + I - m$
- b. $U(x) = x - \beta x^{\frac{3}{2}} + I - m$
- c. $U(x, y) = x + y + I - m$
- d. $*U(x, y) = -2xy + 30y + 40x - y^2 - \frac{3}{2}x^2 + I - m$
- e. $*U(x, y) = -2xy + 40x + 30y + y^2 - x^3 + I - m$
- f. $*U(x, y) = x^\alpha y^\beta + I - m$
- g. $**U(x, y) = (\alpha x^\gamma + (1 - \alpha)y^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}} + I - m$

Zadanie 2*

W pewnym społeczeństwie liczącym 408 osób występują wyłącznie trzy grupy homogenicznych konsumentów charakteryzujące się następującymi funkcjami popytu: $q_1 = a - xp$, $q_2 = b - yp$, $q_3 = c - zp$. Wiadomo, że jedna trzecia społeczeństwa należy do pierwszej grupy, połowa do drugiej, a pozostali konsumenci znajdują się w trzeciej grupie. Następnie z wspomnianego społeczeństwa wylosowano 102 osoby. Podaj oczekiwaną funkcję popytu wylosowanej grupy.

Zadanie 3*

Na pewnym doskonale konkurencyjnym rynku funkcjonuje 12 firm. Dwie z nich charakteryzują się następującą funkcją produkcji dobra X: $F(K, L) = 3K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{4}}$, cztery następne: $F(K, L) = 2K^{\frac{1}{6}}L^{\frac{1}{3}}$, a pozostałe $F(K, L) = 4K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{6}}$. Zakładając, że firmy te są cenobiorcami czynników produkcji ($r = 2$ $w = 4$) oblicz krótkookresową zagregowaną funkcję podaży na dobro X.

Zadanie 4†

Na pewnym rynku funkcjonuje bardzo wiele firm będących cenobiorcami. Każda firma opisana jest dwoma parametrami (zmiennymi losowymi): X , który opisuje maksymalną moc produkcyjną zakładu oraz (q nie może być większe niż X) Y , która opisuje funkcję kosztów całkowitych przedsiębiorstwa ($TC(q) = \frac{1}{200Y}q$). Wiedząc, że $X \sim N(50, 10)$ oraz $Y \sim U(0, 1)$ postaraj się możliwie najdokładniej opisać funkcję podaży typowej firmy.

Zadanie 5

Popyt rynkowy na dobro X opisany jest wzorem: $q_D = 393 - 2p$, podaż rynkowa: $q_S = \frac{1}{4}p - 12$ oblicz cenę i ilość równowagi, nadwyżkę konsumenta i producenta oraz sporządź odpowiedni rysunek w przypadku w którym rząd wprowadza następujące podatki (tam gdzie to konieczne załóż, że zysk jest tożsamy z nadwyżką producenta):

- a. $T = 2q$, podatek od każdej sprzedanej sztuki
- b. $T = 20\%TR$, podatek od całkowitych uzyskanych przychodów
- c. $T = 20\%\Pi$, podatek od zysku firmy
- d. $T = 200$, podatek niezależny od wielkości i wartości sprzedaży
- e. $*T = 10\%\Pi$, $\Pi \in (0, 300]$; $T = 20\%\Pi$, $\Pi \in (300, 600]$; $T = 30\%\Pi$, $\Pi \in (600, +\infty)$, progowy od Π
- f. $*T = 1q$, $q \in (0, 300]$; $t = 20q$, $q \in (300, 600]$; $t = 10q$, $q \in (600, 900)$, progowy od ilości
- g. $*T = \frac{1}{10}\sqrt{q}$, podatek od każdej sprzedanej sztuki
- h. $*T = \frac{p^* - MC}{p^*}\Pi$, podatek od zysku zależny od marży, gdzie p^* to cena rynkowa
- i. $**T = 10[\frac{q}{4}]$, podatek od co czwartej sprzedanej sztuki $[x]$ - wartość całkowita z x
- j. † Wykonaj wszystkie podpunkty jeszcze raz dla $q_S = p^{\frac{2}{3}}$, a następnie $q_S = e^p - 1$

Zadanie 6*

Na planecie Corrasant produkowane jest dobro X, dla którego nie istnieją substytuty. Popyt na X opisany jest wzorem: $p(q) = 12 - \frac{1}{8}q$, a podaż przedsiębiorstw produkujących to dobro opisuje wzór: $p = \frac{10}{16}q$. Wiadomo również, że całkowite koszty stałe ponoszone przez branżę produkującą dobro X wynoszą 15.

W pewnym momencie wraz z pojawieniem się nowego połączenia międzyplanetarnego obsługiwanego przez Federację Handlu zaistniała możliwość importowania dobra X po cenie $p = 3$. Jaką politykę podatkową (w tym subsydia) (możliwe są wyłącznie podatki od ilości lub od zysku) i celną powinny prowadzić władze Corrasant, jeżeli budżet państwa ma być zbilansowany oraz:

- Ich celem jest maksymalizacja nadwyżki konsumenta.
- Ich celem jest maksymalizacja nadwyżki producenta.
- Celem byłaby maksymalizacja nadwyżki społecznej?

Podpowiedź: Udziel odpowiedzi na powyższe pytania nie stosując rozwiązań algebraicznych. Użyj dowodów graficznych i logicznych "przez machanie rękami".

Zadanie 7*

Na pewnym rynku operuje monopolista. Zakładając, że funkcja popytu dana jest przez $p(x)$, a koszty przez $c(x)$. Rząd postanawia nałożyć na monopolistę podatek od przychodów $T = t * TR$. Odpowiedz na pytania:

- Jak zmieni się nadwyżka społeczna (zakładając, że wpływy z podatku uwzględnimy jako nadwyżkę społeczną)
- Jak zmieni się ilość produkowana przez producenta?

W następnym korku rząd postanawia przekazać całe wpływy z podatku bezpośrednio do konsumentów kupujących dobro monopolisty. Zakładając, że wpływy konsumentów wzrosną dokładnie o wartość podatku jaka zostanie zapłacona przez monopolistę (rabat cenowy z punktu widzenia konsumenta: $p_{XN} = (1 - t)p_X$):

- Jak zmieni się nadwyżka społeczna w stosunku do sytuacji bez podatku?
- Jak zmieni się ilość produkowana przez producenta w stosunku do sytuacji bez podatku?

Zadanie 8* W pewnym kraju istnieją dwa dobra, X oraz Y, których mieszana cenowa elastyczność popytu, w obydwie strony, wynosi 0. Kraj ten można opisać jako gospodarkę zamkniętą. Dodatkowo wiadomo, że popyty na te dobra opisane są następującymi wzorami: $p_X = 250 - 5q_X$, $p_Y = 150 - \frac{1}{5}q_Y$. Podaż natomiast: $p_X = 30 + \frac{1}{2}q_X$ oraz $p_Y = 3q_Y - 26$. Obecnie w tym państwie nie są stosowane żadne podatki ani subsydia. Posiadając te dane odpowiedz na następujące pytania. Jaką polityką podatkową (w tym subsydia) powinien prowadzić rząd, jeżeli można stosować wyłącznie podatki zależne od ilości, budżet państwa ma być zbilansowany oraz:

- Celem byłaby maksymalizacja nadwyżki konsumenta?
- Celem byłaby maksymalizacja nadwyżki producenta?
- Celem byłaby maksymalizacja nadwyżki społecznej?
- Jak zmieniłyby się odpowiedzi na powyższe pytania, jeżeli można było by stosować wyłącznie procentowe podatki od zysku?
- † Jak zmieniła by się odpowiedź na wszystkie powyższe pytania, jeżeli popyt opisany był by następującymi wzorami: $p_X = (400 - 2q_X)^{\frac{1}{2}}$ oraz $p_Y = q_Y^{\frac{1}{10}} + 5$

Zadanie 9†

W pewnym kraju istnieją dwa dobra, X oraz Y, które są dobrami substytucyjnymi. Kraj ten można opisać jako gospodarkę zamkniętą.

Dodatkowo wiadomo, że popyty na te dobra opisane są następującymi wzorami: $p_X = 40 - 2q_Y - 3q_X^2$, $p_Y = 30 - 2q_X - 2q_Y$. Podaż natomiast: $p_X = 30 + \frac{1}{2}q_X$ oraz $p_Y = 3q_Y - 45$. Obecnie w tym państwie nie są stosowane żadne podatki ani subsydia. Posiadając te dane odpowiedz na następujące pytania. Jaką politykę podatkową (w tym subsydia) powinien prowadzić rząd, jeżeli można stosować wyłącznie podatki zależne od ilości, budżet państwa ma być zbilansowany oraz:

- Celem byłaby maksymalizacja nadwyżki konsumenta?
- Celem byłaby maksymalizacja nadwyżki producenta?
- Celem byłaby maksymalizacja nadwyżki społecznej?
- Jak zmieniłyby się odpowiedzi na powyższe pytania, jeżeli można było by stosować wyłącznie procentowe podatki od całkowitych przychodów?
- Jak zmieniła by się odpowiedź na wszystkie powyższe pytania, jeżeli podaż opisana była by następującymi wzorami: $p_X = 4q_X^{\frac{1}{2}} + 25$ oraz $p_Y = q_Y^{\frac{6}{5}} - 25$

Zadanie 10*

Monopolista maksymalizujący zysk ma możliwość produkowanie dwóch dóbr X oraz Y. Wiadomo, że: $p_X = 120 - x^2$, $p_Y = 250 - y^3$, $TC_X(x) = \ln(x + 1)$, $TC_Y(y) = y^{0.5}$. Dodatkowo wiadomo, że zw względu na ograniczenia produkcyjne produkcja monopolisty jest ograniczona następującym równaniem: $x^2 + y^2 = 400$. Wykonaj następujące polecenia:

- Zapisz funkcję celu (maksymalizowaną) oraz ograniczenia jakim jest poddana.
- Zapisz postać funkcji Lagrange'a oraz oblicz wszystkie warunki pierwszego rzędu (FOC).
- **Oblicz optymalne wartości produkcji (ilość X oraz Y).

Zadanie 11*

Rząd potrzebuje uzyskać przychód z podatków (stały podatek od każdej sprzedanej sztuki) w wysokości 150. W tym kraju produkowane są dwa dobra X oraz Y. Wiadomo, że popyt na te dobra jest opisany następującymi równaniami: $p_{XD} = 100 - 2q_X$, $p_{YD} = 100/(10 - q_Y)^{0.5}$. Wiadomo również, że podaż opisana jest przez: $p_{XS} = 2q_X$, $p_{YS} = 10q_Y^{0.5}$. Zakładając, że rządowi zależy na maksymalizacji nadwyżki społecznej:

- Zapisz funkcję celu (maksymalizowaną) oraz ograniczenia jakim jest poddana.
- Zapisz postać funkcji Lagrange'a oraz oblicz wszystkie warunki pierwszego rzędu (FOC).
- **Oblicz optymalne wartości stawek podatkowych.

Zadanie 12

Dane są odwrotne funkcje popytu: $p_D = 100 - 2q_D$ oraz podaży $p_S = 0,5q_S$. Podaj wzór na funkcję popytu i podaży oraz sporządź rysunek ilustrujący zmianę, jeżeli (każdy podpunkt traktujemy osobno nie sekwencyjnie):

- Popyt wzrósł dwukrotnie - przy danym poziomie ceny popyt wzrasta dwukrotnie, a podaż spadła o połowę - przy danym poziomie ceny zgłaszana jest dwukrotnie mniejsza podaż.
- Popyt wzrósł o 20%, a podaż wzrosła o 50%.
- Przy każdym poziomie ceny popyt wzrósł o 20, a przy każdym poziomie ceny podaż wzrosła o 40.

Zadanie 13*

Odpowiedz i bardzo dokładnie uzasadnij (wraz z ilustracją graficzną), na następujące pytania.

- Jak elastyczności popytu i podaży wpływają na zmianę całkowitej nadwyżki społecznej po wprowadzeniu podatku (w stałej wysokości od każdej sprzedanej sztuki).
- Jak elastyczności popytu i podaży wpływają na zmianę nadwyżek producenta oraz konsumenta po wprowadzeniu podatku (w stałej wysokości od każdej sprzedanej sztuki).

2 Rynek czynników produkcji

Zadanie 1

Wariant	Podaż czynnika	Popyt na czynnik	Rynek dobra finalnego
1	KD	KD	KD
2	KD	KD	Monopol
3	KD	Monopson	KD
4	KD	Monopson	Monopol
5	Monopol	KD	KD
6	Monopol	KD	Monopol
7	Monopol	Monopson	KD
8	Monopol	Monopson	Monopol
9	KD	KD	Oligopol
10	Monopol	KD	Oligopol

Powyższa tabela opisuje większość możliwych wariantów opisujących rynek. Wykonaj następujące polecenia:

- Dla wariantów 1-6 wykorzystując ogólne wyrażenia (np. $\frac{dq}{dx}$) oraz wykresy opisz sposób uzyskiwania równowagi oraz samą równowagę. Pamiętaj aby nie zapomnieć uwzględnić "przyczynowości" w swoim opisie.
- Wyjaśnij dlaczego nie wykonujesz pierwszego polecenia dla wariantów 7-8.
- Opisz równowagi przy najbardziej typowych założeniach (liniowe popyty (np. popyt na rynku dobra finalnego dany wzorem: $p = a - bQ$), funkcje zysku z jednym punktem maksimum (np. funkcja produkcji $q(x) = zx$, gdzie z to stały parametr, etc.)
- Napisz ile wariantów kryje się w wierszach 9-10.
- **Wykonaj pierwsze polecenie dla wariantów 9-10.

Zadanie 2

Scharakteryzuj i wyjaśnij czym jest krzywa MRP_x . Dlaczego MRP_x dla monopolisty jest inna niż w przypadku doskonałej konkurencji (na rynku dóbr finalnych).

Zadanie 3

Udowodnij (matematycznie), że wykorzystywanie w celu maksymalizacji warunku $MR = MC$ jest tożsame z $MRP_x = MC_x$.

Zadanie 4

Udowodnij, że w porównaniu z firmą doskonale konkurencyjną, monopolista płaci za czynnik mniej, niż jest on wart dla społeczeństwa.

Zadanie 5

Scharakteryzuj i wyjaśnij czym jest krzywa MC_x . Wyjaśnij również, dlaczego krzywa MC_x leży nad dodatnio nachyloną krzywą podaży.

Zadanie 6

Pewna firma jest monopsonistą, który sprzedaje swój produkt na rynku doskonale konkurencyjnym. W krótkim okresie firma ta wykorzystuje tylko jeden czynnik produkcji (pracę). Wiadomo również, że cena dobra finalnego jest równa 10, krzywa podaży pracy opisana jest wzorem $w = 2L + 10$, a funkcja produkcji wzorem $q = -0,2L^2 + 5L + 19$. Jakim wzorem opisana są: funkcja popytu na pracę, MRP_L , MC_L oraz MVP_L ? Ile pracy zatrudni ta firma i po jakiej cenie?

Jak zmieniły by się odpowiedzi, jeżeli monopsonista, dzięki odpowiedniemu „lobbingowi” uzyskał pozycję monopolistyczną, a popyt rynkowy opisany jest wzorem $p = 200 - 2q$.

Zadanie 7

Monopolista działający na rynku telekomunikacji napotyka krzywą popytu na swoje usługi opisaną wzorem $q = 110 - 0.5p$. Dodatkowo, w krótkim okresie, jedynym wykorzystywanym czynnikiem produkcji, jest praca. Monopolista ten ma również monopsonistyczną pozycję na rynku pracy, której podaż opisana jest wzorem $w = 2L$. Wiedząc, że funkcja produkcji monopolisty dana jest wzorem $q = 2L + 50$ odpowiedz na pytania. Jakim wzorem opisana są: funkcja popytu na pracę, MRP_L , MC_L oraz MVP_L ? Ile pracy zatrudni ta firma i po jakiej cenie?

Zadanie 8

Rynek dobra finalnego jest doskonale konkurencyjny. Popyt na to dobro opisany jest następującym wzorem $q = 400 - 2p$. Na rynku tym działa 100 identycznych firm. Produkcja każdej z nich opisana jest następującą funkcją: $q = \sqrt{L}$. Praca jest więc jedynym czynnikiem produkcji. Na rynku pracy istnieje monopol (np. bardzo silny związek zawodowy), który maksymalizuje zyski (załóż, że koszt krańcowy pracy (dla pracownika) jest stały równy 1, jest to równoznaczne z tym, że producent czynnika ma stały koszt krańcowy produkcji czynnika równy 1).

Jaka będzie płaca i liczba zatrudnionych osób w krótkim okresie?

Zadanie 9

Monopolista operujący na rynku dwutlenku tytanu napotyka popyt na swój produkt opisany wzorem: $q = 450 - 3p$. Ze względu na wysoce wykwalifikowaną siłę roboczą niezbędną do produkcji dwutlenku tytanu rynek pracy, która jest jedynym czynnikiem produkcji jest zmonopolizowany (monopolista stosujący różnicowanie cen III stopnia). Wiedząc, że produkcja monopolisty opisana jest wzorem $q = 3L$, a koszt krańcowy pracy (dla pracownika) jest równy L (koszt krańcowy produkcji czynnika jest równy L dla jego wytwórcy), opisz najdokładniej równowagę na rynku oraz sposób jej uzyskiwania.

Zadanie 10*

Pewien monopolista maksymalizujący zysk posiada następującą funkcję produkcji $q(K, L) = K^{0.5}L^{0.5}$. Popyt rynkowy opisany jest wzorem $p = 500 - 0.25q$. Wiadomo również, że podaż kapitału opisana jest wzorem $r = 0.1K^{0.5}$, a pracy $w = 0.2L^{1.5}$. Dodatkowo ze względu na regulacje rządowe i inne czynniki zewnętrzne produkcja firmy podlega ograniczeniu: $L^2 + K^2 \leq 10^6$. Zakładając, że monopolista jest również monopsonistą na obydwu rynkach czynników produkcji:

- Zapisz poprawnie funkcję celu wraz z ograniczeniami.
- Zapisz funkcję Lagrange'a
- Oblicz warunki pierwszego rzędu.
- ** Znajdź ilość i cenę równowagi dobra finalnego.

3 Równowaga ogólna

Zadanie 1

Wypisz wszystkie warunki, jakie muszą być spełnione aby osiągnięty został punkt równowagi ogólnej w modelu wymiany czystej. Tam gdzie to możliwe zapisz je algebraicznie.

Zadanie 2

Odpowiedz na pytania (Prawda czy Fałsz). Swoją odpowiedź dokładnie uzasadnij.

- Jeżeli dana alokacja jest Pareto efektywna, to nie istnieje taka alokacja, w której jeden z uczestników wymiany miałby niższą użyteczność.
- Jeżeli jesteśmy w alokacji Pareto efektywnej to niemożliwe jest zwiększenie użyteczności żadnego z uczestników.
- Istnieje taka alokacja nieefektywna Pareto, w której wszyscy mają wyższą użyteczność niż w pewnej alokacji efektywnej Pareto.
- W każdej równowagowej alokacji spełniona jest równość relacji cen i krańcowej stopy substytucji dla obydwu uczestników wymiany.

Zadanie 3

Dla poniższych funkcji użyteczności dwóch osób funkcjonujących w modelu czystej wymiany wykonaj następujące polecenia

- Narysuj diagram Edgewortha dla zasobów początkowych $\omega_{1x}, \omega_{1y}, \omega_{2x}, \omega_{2y}$. W rozwiązaniach graficznych postaraj się uniknąć sytuacji, w której alokacja początkowa znajduje się na którejś z przekątnych diagramu.
 - Narysuj krzywe obojętności przechodzące przez punkt zasobu początkowego.
 - Zaznacz obszar, do którego należą punkty, które są lepsze niż sytuacja początkowa z punktu widzenia obydwu uczestników.
 - Znajdź równanie krzywej kontraktu.
 - Narysuj krzywą kontraktu.
- $U_1(x, y) = xy, U_2(x, y) = x^{0,5}y^{1,5}$
 - $U_1(x, y) = 4x + 2y, U_2(x, y) = x + y$
 - $U_1(x, y) = xy, U_2(x, y) = x + 3y$
 - $U_1(x, y) = x + 2y, U_2(x, y) = \min \{2x, y\}$
 - $U_1(x, y) = x^2y^{0,5}, U_2(x, y) = \min \{x, 2y\}$
 - $U_1(x, y) = 2x + \ln y, U_2(x, y) = x + 2 \ln y$
 - $U_1(x, y) = 2x^{0,5} + 4y, U_2(x, y) = x + y^{0,5}$
 - $U_1(x, y) = 2 \ln x + \ln y, U_2(x, y) = \ln x + \ln y$

Wiedząc, że $\omega_{1x} = 10, \omega_{1y} = 10, \omega_{2x} = 20, \omega_{2y} = 20$:

- Narysuj diagram Edgewortha.
- Znajdź, popyty obydwu uczestników na oba dobra.
- Znajdź równowagową relację cen.

dla wszystkich podpunktów.

Zadanie 4

Wyjaśnij dlaczego w przypadku gospodarek typu "Robinsona Crusoe" wybierany jest punkt, w którym krzywa możliwości (wklęsła lub liniowa) produkcyjnych jest styczna z krzywą obojętności (wypukła). Zakładamy, że istnieją tylko dwa dobra. Co się dzieje w sytuacji, w której zarówno krzywa możliwości produkcyjnych jak i funkcja użyteczności są liniowe?

Zadanie 5

Wyjaśnij sposób wyboru punktu na krzywej możliwości produkcyjnych (liniowej oraz wklęsłej) w sytuacji, w której pojawia się możliwość wymiany po z góry określonej proporcji cen (zakładamy, że istnieją tylko dwa dobra). Kiedy dochodzi do specjalizacji, a kiedy nie? W jakim przypadku nie dojdzie do wymiany? Napisz najdokładniej jak to możliwe, w jaki sposób znaleźć nowy punkt równowagi (ilości konsumowanych dóbr)?

Zadanie 6*

Wyobraźmy sobie, że gospodarka pewnego kraju składa się z wyłącznie dwóch osób. Istnieje możliwość produkcji wyłącznie dwóch dóbr (wkrętarek i flamastrów). Krzywe możliwości produkcyjnych tych osób opisane są następującymi równaniami: $W + F = 40$ oraz $W + 2F = 60$. Ze względu na bliską zażyłość osób tworzących gospodarkę możemy mówić wyłącznie o użyteczności z punktu widzenia konsumpcji łącznej. Odpowiedz na pytania:

- Zapisz algebraicznie i narysuj krzywą możliwości produkcyjnych tej gospodarki.
- Zakładając, że funkcja użyteczności opisana jest wzorem $U(F, W) = F^2W$ znajdź wielkość konsumpcji obydwu dóbr.
- Zakładając, że funkcja użyteczności opisana jest wzorem $U(F, W) = FW$ znajdź wielkość konsumpcji obydwu dóbr.

Zadanie 7*

Robinson Crusoe zdecydował, że będzie spędzał dokładnie 10 godzin dziennie na poszukiwaniu pożywienia. Może spędzać ten czas zbierając kokosy lub łowiąc ryby. Może on złowić 2 ryby lub zebrać 3 kokosy w ciągu godziny.

Funkcja użyteczności Robinsona Crusoe opisana jest wzorem $U(R, K) = 3K^{0,6}R^{0,3}$.

- Jaka konsumpcja ryb i kokosów Robinsona Crusoe, maksymalizuje jego użyteczność?
- Zilustruj równowagę na wykresie.

W pewnym momencie na wyspę Robinsona przypląwa mieszkaniec innej wyspy, który proponuje mu wymianę trzy ryby za jednego kokosa. Jednak uczestnictwo w wymianie jest płatne i kosztuje jednego kokosa (zapłata musi nastąpić przed wymianą).

- Czy Robinson przystąpi do wymiany? Odpowiedź uzasadnij i zilustruj graficznie. (1 pkt.)
- Ile wyniesie produkcja Robinsona Crusoe?
- Ile wyniesie konsumpcja Robinsona Crusoe?

Odpowiedz ponownie na wszystkie pytania zakładając, że krzywa możliwości produkcyjnych Robinsona Crusoe opisana jest równaniem: $100 = \frac{R^2}{4} + \frac{K^2}{9}$.

4 Efekty zewnętrzne

Zadanie 1

Adam i Grzegorz wspólnie wynajmują mieszkanie. Adam jest palaczem, a Grzegorz zwolennikiem czystego powietrza. Czystość powietrza możemy opisać na skali od 0 do 100 (gdzie zero to absolutnie czyste powietrze, a 100 to przysłowiowa siekiera). Całkowite zasoby finansowe obydwu Panów wynoszą 150. Wiemy, że zadymianie pomieszczenia odbywa się w sposób liniowy, a jego pełne zadymienie wymaga palenia 25 papierosów dziennie. Funkcje użyteczności Adama i Grzegorza opisane są w następujący sposób: $U_A(M, P) = MP$, $U_1(M, C) = MC$, gdzie P - liczba papierosów wypalanych w mieszkaniu dziennie, M - całkowity dzienny dochód, a C to czystość powietrza. Zilustruj powyższy problem na diagramie Edgeworth'e. Wyjaśnij dokładnie jaka jest relacja między C , a P ? Załóż różne zasoby początkowe w swojej analizie. Jak wygląda problem praw własności? Czy równowagowa alokacja zależy od zasobów początkowych (wyjaśnij dokładnie, podaj przyczyny)?

Zadanie 2*

W pewnym mieście całkowitą produkcję stanowią zakłady produkujące obuwie, zakłady produkujące traktory, sadownicy oraz rolnicy. Wiadomo również, że funkcje zysku tych przedsiębiorstw opisane są następującymi wzorami: $\Pi_O(o, t) = 20o - 2o^2 - 20 - 4t$, $\Pi_T(t, o, s, r) = 34t - 2t^2 + 10t^{0,5} - 6o + 2s^{0,5} + 3r^{0,5}$, $\Pi_S(s, o, t) = 20s - 0,5s^2 + 20 - 3o - 2t$, $\Pi_R(r, o, t) = 30r - r^2 - 2o - 3t$.

Posiadając powyższe dane odpowiedz na poniższe pytania:

- Jakie ilości swoich towarów produkują wszyscy producenci, jeżeli maksymalizują wyłącznie swój zysk.
- Zakładając, że lokalne władze mogą wpłynąć na ilości produkowane przez przemysłowców (ale nie rolników i sadowników) podaj ilości produkowanych dóbr w tym mieście (zakładając, że lokalnym władzom zależy na maksymalizacji dobrobytu społecznego).
- Jakie wielkości produkcji są optymalne społecznie?

Zadanie 3*

W pewnym kraju istnieją dwie węglowe elektrownie. Każda z nich posiada odrobinę różną technologię produkcji prądu. Z tego powodu koszty związane z ograniczaniem poziomu emisji spalin są różne: $TCA_1 = x_1^2 - 30x_1 + 225$, $TCA_2 = x_2^2 - 20x_2 + 100$ - taki jest koszt zredukowania poziomu spalin do poziomu x_i . Wiadomo również, że całkowity społeczny koszt związany ze spalinami opisany jest wzorem $TSC = 0,5x^2 - 30x$. (Podpowiedź: $x = x_1 + x_2$)

Odpowiedz na poniższe pytania:

- Jaka jest społecznie optymalna ilość produkowanych spalin?
- Ile powinna wynieść norma emisji spalin (zakładamy, że norma musi być jednakowa dla obydwu elektrowni)? Ile powinna wynosić opłata? Ile spalin będą emitować poszczególne elektrownie w przypadku opłat? Które rozwiązanie jest korzystniejsze dla społeczeństwa i dlaczego?
- Założmy, że rząd nie zna dokładnie funkcji kosztów TCA obydwu elektrowni. Wie jedynie, że mają one postać: $TCA_i = x_i^2 - Zx_i + 250$, gdzie $Z \sim N(25, 5)$. Co powinien wybrać rząd normy czy opłaty w tym przypadku? Odpowiedź uzasadnij.

Podpowiedź: Pamiętaj, aby skorzystać z reguły Weitzmana musimy znać funkcję kosztu krańcowego ograniczania emisji spalin od x , a nie od x_1 ! ($TCA(x) = TCA_1(x_1) + TCA_2(x_2)$)

Podpowiedź 2: Pamiętaj, że na efektywność systemu wpływają dwa czynniki, zarówno wpływ niepewności jak i fakt posiadania dwóch zakładów o różnych funkcjach TCA .

- **Podaj dokładną odpowiedź (wysokość opłat lub norm) dla poprzedniego podpunktu.

Zadanie 4**

Niedaleko lotniska znajduje się hodowla krów mlecznych. Zyski lotniska są zależne wyłącznie od ilości obsłużonych samolotów, $\Pi(x) = 19x - x^2 + 7x^{0,5}$ (x - liczba samolotów obsłużana dziennie). Niestety hałas emitowany przez samoloty źle wpływa na mleczność krów. Zysk mleczarzy jest opisany równaniem: $\Pi(q, z) = \frac{10}{(q^2+4)^{0,3}} + 10 \ln(q) - 2q^{0,65} - 0,8z$ (q - liczba kop hodowanych krów, z - ilość emitowanego hałasu przez samoloty). Hałas emitowany przez jeden samolot opisany jest zmienną losową Y , posiadającą rozkład log-normalny (funkcja gęstości dana jest wzorem: $g(y) = \frac{1}{0,5y\sqrt{2\pi}} \exp(-2(\ln(y) - \frac{7}{8})^2)$).

- a. Jaka jest liczba samolotów obsłużanych przez lotnisko w sytuacji, w której maksymalizuje ono wyłącznie swój zysk?
- b. Jaka jest optymalna społecznie liczba samolotów obsłużana przez lotnisko?

Zadanie 5**

Udowodnij regułę Weitzman'a, która mówi o tym, które z narzędzi, normy czy opłaty, jest bardziej optymalna dla społeczeństwa w sytuacji występowania kosztów zewnętrznych i niepewności z nimi związanymi.

5 Dobra publiczne

Zadanie 1

Pewna spółdzielnia mieszkaniowa zastanawia się nad zagospodarowaniem nieużytku, znajdującego się na terenie spółdzielni na potrzeby parku. Koszt dostosowania przestrzeni wynosi 10 tysięcy złotych. Spółdzielnia ta jest tworzona przez 20 osób. Piętnaście z tych osób posiada pozytywne nastawienie do parku, a ich gotowość do płacenia wynosi odpowiednio: 1500, 1400, 1300... . Pozostałe osoby są uczulone na różnego rodzaju roślinność. Z tego powodu powstanie parku powoduje dla nich utratę użyteczności, odpowiednio: -100, -200, W przypadku, w którym spółdzielnia zdecyduje się na utworzenie parku wszyscy poniosą takie same koszty.

- Jaka była by decyzja spółdzielni, gdyby po prostu zsumowano by zmianę użyteczności wszystkich mieszkańców i porównano tą sumę do wartości inwestycji?
- Zakładając, że wykorzystany został podatek GC, odpowiedz jakie byłyby decyzja i przepływy finansowe?
- Jeżeli wszyscy alergicy byli by tak samo uczuleni, a ich utrata użyteczności wynosiła by -450, to jaką podjęto by decyzję i jakie przepływy finansowe by wystąpiły w przypadku wykorzystania mechanizmu podatku GC?

Zadanie 2

W pewnej wiosce mieszkają 3 osób. Funkcje użyteczności poszczególnych mieszkańców wynoszą odpowiednio: $U_1(m_1, d) = m_1 * d$, $U_2(m_2, d) = m_2^2 * d$, $U_3(m_3, d) = m_3 * d^2$, gdzie d to ilość konsumowanego dobra publicznego, a m_i to dochód do dyspozycji po wydatkach na dobra publiczne. Każdy z mieszkańców poddany jest następującemu ograniczeniu budżetowemu: $\omega_i - p_d * d_i = m_i$. Wiadomo również, że $p_d = 100$ oraz $d = \sum_{i=1}^3 d_i$, a zasoby początkowe kapitału wynoszą (ω_i) wynoszą: 1700, 1500, 300.

- Znajdź jeden, dowolny ($U_1, U_2, U_3 > 0$) Pareto-optymalny punkt.
Podpowiedź: Wybierz arbitralnie pewne poziomy użyteczności dla czterech mieszkańców wioski, a następnie zmaksymalizuj użyteczność piątego mieszkańca (pozostanie na ustalonym wcześniej poziomie użyteczności przez pozostałych mieszkańców da nam niezbędne ograniczenia). Nie zapomnij o tym iż nie można transferować pieniędzy pomiędzy mieszkańcami ($m_i \geq 0$).
- Wykonaj pierwszy podpunkt zakładając, że cena dobra publicznego nie jest stała za jednostkę, a zamiast tego $MC(d) = 5d$.
- * Załóż, że jesteś centralnym planistą (maksymalizacja łącznej użyteczności). Znajdź poziom d oraz m_i wszystkich mieszkańców. Redystrybucja dochodu jest oczywiście możliwa.
- ** Znajdź wszystkie możliwe Pareto optymalne poziomy d .
Podpowiedź: Wykorzystaj równanie opisujące wszystkie Pareto-optymalne rozwiązania. Wystarczy znaleźć maksymalny i minimalny poziom d , a następnie pokazać, że wszystkie poziomy pomiędzy są osiągalne.

6 Asymetria informacji

Zadanie 1

Pewien pracodawca zastanawia się jakie wynagrodzenie zaproponować nowemu pracownikowi. Pracodawca ten nie wie niestety nic o tym pracownikach. Spójrzmy prawdzie w oczy CV to nie wszystko. Niestety pracodawcy nie stać na przeprowadzenia bardziej skomplikowanych technik rekrutacyjnych. Wiadomo natomiast, że zysk pracodawcy będzie równy produktywności pracownika, która jest zmienną losową X daną rozkładem log-normalnym ($\mu = 1, \sigma = 0,5$). Natomiast koszt alternatywny pracownika zależy od jego produktywności i wynosi $r(\theta) = 0,45\theta$. Wykonaj poniższe polecenia:

- Narysuj wykres funkcji gęstości produktywności pracowników.
- Znajdź pensję jaką musi ustalić pracodawca.
- Jacy pracownicy zdecydują się podjąć pracę za taką płacę?
- Jak zmieniają się odpowiedzi na powyższe pytania, jeżeli produktywność była by zmienną losową $Y = 12 - X$? Zaczniij od narysowania nowej funkcji gęstości.

Zadanie 2

Na planecie Naboo jest tylko jedna firma ubezpieczeniowa, która oferuje ubezpieczenie zdrowotne. Analitycy tej firmy, absolwenci WNE UW, zastanawiają się ile powinno kosztować ubezpieczenie. Problem polega na tym, że nie wiadomo w jakim stanie zdrowia są mieszkańcy planety, a Królowa Amidala w ramach przeciwdziałaniu nieuczciwych praktyk zabroniła przeprowadzania badań lekarskich przez firmę ubezpieczeniową. Wiadomo jedynie, że stan zdrowia mieszkańców opisany jest zmienną losową X , która przyjmuje dwie wartości H z prawdopodobieństwem p oraz L z prawdopodobieństwem $(1-p)$ (mamy wyłącznie dwa typy mieszkańców). Koszt leczenia losowo wybranego mieszkańca również opisany jest zmienną losową, Y , która dana jest rozkładem Erlang'a z parametrami ($k = X, \lambda = 0,5$). Wiadomo, że użyteczność mieszkańców zależy wyłącznie od ilości pieniędzy jakie pozostaną im po zapłacie za ubezpieczenie lub pokryciu kosztów leczenia ($U(m)$, $m = M - c$, $c = s \vee c = E(Y)$, gdzie s to wysokość składki ubezpieczeniowej, a M jest stałe równe 100.). Zakładając, że firma ubezpieczeniowa maksymalizuje zysk podaj wysokość składki ubezpieczeniowej oraz grupy osób, które zdecydują się na ubezpieczenie w następujących przypadkach:

- $H = 2, L = 3, p = 0,75, U(m) = \ln(m)$
- $H = 1, L = 5, p = 0,25, U(m) = \ln(m)$

Zadanie 3

Na giełdzie towarów używanych "Na Wolumenie" funkcjonuje dwóch sprzedawców specjalizujących się w sprzedaży używanych telefonów komórkowych. Pierwszy z nich, Mr Perfect, sprzedaje telefony w dobrym stanie. Sam "skupuje" wyłącznie dobre używane telefony, a dodatkowo w razie potrzeby dokonuje naprawy czy renowacji. Drugi sprzedawca, Mr Quick, ma zupełnie odmienną strategię marketingową. Stara się "kupować" i sprzedawać przede wszystkim tanio. Z tego powodu sprzedawane przez niego telefony są niższej jakości. Ze względu na swoje strategii sprzedawcy napotykają różne koszty krańcowe. Mr Perfect - $MC(q) = 500$, a Mr Quick $MC(q) = 200$. Wartość używanego telefonu wysokiej jakości dla kupującego wynosi 700, a niskiej 400. Niestety ze względu na charakter działalności sprzedawcy nie mogą wyrobić sobie marki. Z tego powodu kupujący wie tylko, że szansa na kupienie telefonu dobrej jakości wynosi 40%. Sprzedawcy mogą zaproponować gwarancję, która będzie pierwszego sprzedawcy kosztować $10Y$, a drugiego $25Y$, gdzie Y to długość gwarancji w latach. Wiadomo również, że na Wolumenie przychodzi bardzo wielu kupujących.

- Jaka będzie cena rynkowa, jeżeli żaden ze sprzedawców nie proponuje gwarancji klientom?
- Jakie zyski osiągną, jeżeli pierwszy sprzedawca proponuje roczną gwarancję, a drugi nie wprowadzi programu gwarancyjnego?
- Jaki jest optymalny czas gwarancji (najmniejsza wartość gwarantująca "separating equilibrium"), jeżeli najmniejsza jednostka czasu to miesiąc?