

Miary dynamiki zjawisk – indeksy statystyczne

Dynamikę zjawisk, czyli ich rozwój w czasie, można mierzyć za pomocą indeksów statystycznych.

Dla ustalenia notacji, niech x_t oznacza wielkość zjawiska x w momencie czasu t .

Indeksy dzielimy na:

1. przyrosty absolutne

a. jednopodstawowe

Przyrosty lub indeksy jednopodstawowe mówią o ile (lub w jakim stosunku) zmieniła się wartość zjawiska w analizowanym okresie, wobec jego wartości z jednego, ustalonego okresu.

Przyrosty absolutne jednopodstawowe mówią o ile jednostek wzrosła/spadła wielkość zjawiska w analizowanym okresie, w stosunku do okresu bazowego (ustalonego).

$$\Delta x_{n/j} = x_n - x_j, \text{ gdzie } j \text{ jest okresem bazowym.}$$

b. łańcuchowe

Przyrosty lub indeksy łańcuchowe mówią o ile (lub w jakim stosunku) zmieniła się wartość zjawiska w analizowanym okresie, wobec jego wartości z okresu poprzedniego.

Przyrosty absolutne łańcuchowe mówią o ile jednostek wzrosła/spadła wielkość zjawiska w analizowanym okresie, w stosunku do okresu poprzedniego.

$$\Delta x_{n/n-1} = x_n - x_{n-1}$$

2. przyrosty względne

Mówią o ile procent zmieniło się zjawisko w analizowanym okresie, w stosunku do bazowego (jednopodstawowe) lub poprzedniego (łańcuchowe).

a. jednopodstawowe

$$\Delta' x_{n/j} = \frac{x_n - x_j}{x_j}$$

b. łańcuchowe

$$\Delta' x_{n/n-1} = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_{n-1}}$$

3. indeksy (wskaźniki) dynamiki (indeksy indywidualne)

W zasadzie są to przyrosty względne powiększone o 1, czyli również informują o procentowej zmianie analizowanego zjawiska.

a. jednopodstawowe

$$x_{n/j} = \frac{x_n}{x_j}$$

b. łańcuchowe

$$x_{n/n-1} = \frac{x_n}{x_{n-1}}$$

Przekształcenia indeksów:

1. zmiana podstawy w indeksach jednopodstawowych

Dajmy na to, że dysponujemy indeksami jednopodstawowymi o podstawie j . Zależy nam jednak na indeksie o podstawie k :

$$x_{n/k} = \frac{x_{n/j}}{x_{k/j}} \quad (\text{rzeczywiście: } \frac{x_{n/j}}{x_{k/j}} = \frac{x_n}{x_j} \cdot \frac{x_j}{x_k} = \frac{x_n}{x_k} = x_{n/k})$$

2. zmiana indeksów jednopodstawowych w łańcuchowe

Dajmy na to, że dysponujemy indeksami jednopodstawowymi o podstawie j . Zależy nam jednak na indeksach łańcuchowych:

$$x_{n/n-1} = \frac{x_{n/j}}{x_{n-1/j}} \quad (\text{rzeczywiście: } \frac{x_{n/j}}{x_{n-1/j}} = \frac{x_n}{x_j} \cdot \frac{x_j}{x_{n-1}} = \frac{x_n}{x_{n-1}} = x_{n/n-1})$$

3. zmiana indeksów łańcuchowych w jednopodstawowe

Dajmy na to, że mamy indeksy łańcuchowe i chcemy z nich odtworzyć indeksy jednopodstawowe o podstawie j . Mogą tu wystąpić dwa przypadki:

a. $n > j$:

$$x_{n/j} = \prod_{i=j+1}^n x_{i/i-1}, \quad \text{rzeczywiście: } \prod_{i=j+1}^n x_{i/i-1} = \frac{x_{j+1}}{x_j} \cdot \frac{x_{j+2}}{x_{j+1}} \cdot \dots \cdot \frac{x_n}{x_{n-1}} = \frac{x_n}{x_j} = x_{n/j}$$

b. $m < j$

$$x_{m/j} = \frac{1}{\prod_{i=m+1}^j x_{i/i-1}}, \quad \text{rzeczywiście: } \frac{1}{\prod_{i=m+1}^j x_{i/i-1}} = \frac{1}{\frac{x_{m+1}}{x_m} \cdot \frac{x_{m+2}}{x_{m+1}} \cdot \dots \cdot \frac{x_j}{x_{j-1}}} = \frac{1}{\frac{x_j}{x_m}} = x_{m/j}$$

Średniookresowe tempo zmian:

Mówi ono o ile średnio procent zmieniał się zjawisko z okresu na okres.

$$T = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_{i/i-1}} - 1$$

Proszę zwrócić uwagę, że wzór ten ma sens, jeśli pierwszy z okresów oznaczamy '0' (wtedy x_0 to wartość zjawiska w pierwszym okresie). Jeśli ktoś przyjmie, że pierwszy okres to '1', to pierwszy wyraz pod znakiem iloczynu powinien być dla $i = 2$, zaś stopień pierwiastka powinien wynosić $n - 1$ (stopień pierwiastka równy jest ilości mnożonych elementów pod znakiem iloczynu).

Indeksy agregatowe (wskaźniki dynamiki zjawisk złożonych)

Czasem zachodzi potrzeba analizy dynamiki nie tyle jednego zjawiska, ile agregatu zjawisk. Przykładowo, producent kilku towarów chce poznać dynamikę ogólnej wartości swojej sprzedaży. Na ogólną wartość sprzedaży w danym okresie wpływa ilość sprzedaży poszczególnych towarów oraz ich cena w tym okresie – dynamika ogólnej wartości może więc zależeć od dynamiki ilości sprzedawanych towarów lub od dynamiki cen tych towarów lub od obu tych czynników. W tym sensie jest to dynamika zjawiska złożonego i potrzeba do niej trochę zmodyfikowanych narzędzi.

1. agregatowy indeks wartości

$$w_{\frac{1}{0}} = \frac{W_1}{W_0} = \frac{\sum_{i=1}^a w_{1i}}{\sum_{i=1}^a w_{0i}} = \frac{\sum_{i=1}^a q_{1i} p_{1i}}{\sum_{i=1}^a q_{0i} p_{0i}} = \frac{q_{11} p_{11} + q_{12} p_{12} + \dots + q_{1a} p_{1a}}{q_{01} p_{01} + q_{02} p_{02} + \dots + q_{0a} p_{0a}},$$

gdzie a oznacza ilość towarów wchodzących w skład indeksu, q_{cd} to ilość towaru d w okresie c , zaś p_{cd} to cena towaru d w okresie c .

2. agregatowe indeksy cen

Badają one, jaka jest dynamika cen. Z uwagi na to, przyjmują stałe ilości:

$$P_{\frac{1}{0}} = \frac{\sum_{i=1}^a q_{ci} p_{1i}}{\sum_{i=1}^a q_{ci} p_{0i}}, \text{ gdzie } c - \text{ustalony okres.}$$

Ponieważ ustalone ilości można przyjąć z okresu '0' lub z okresu '1', obliczane są odpowiednio indeksy Laspeyorsa i Paaschego. Obliczany później indeks Fishera stanowi wypadkową tych dwóch.

a. Laspeyorsa

Ilości z okresu '0':

$$P_{\frac{1}{0}}^L = \frac{\sum_{i=1}^a q_{0i} p_{1i}}{\sum_{i=1}^a q_{0i} p_{0i}}$$

b. Paaschego

Ilości z okresu '1':

$$P_{\frac{1}{0}}^P = \frac{\sum_{i=1}^a q_{1i} p_{1i}}{\sum_{i=1}^a q_{1i} p_{0i}}$$

c. Fishera: $P_{\frac{1}{0}}^F = \sqrt{P_{\frac{1}{0}}^L \cdot P_{\frac{1}{0}}^P}$

3. agregatowe indeksy ilości

Badają one, jaka jest dynamika ilości. Z uwagi na to, przyjmują stałe ceny:

$$Q_{1/0} = \frac{\sum_{i=1}^a q_{1i} p_{ci}}{\sum_{i=1}^a q_{0i} p_{ci}}, \text{ gdzie } c - \text{ustalony okres.}$$

Ponieważ ustalone ceny można przyjąć z okresu '0' lub z okresu '1', podobnie, jak w poprzednim przypadku, obliczane są odpowiednio indeksy Laspeyorsa i Paaschego, a później indeks Fishera.

a. Laspeyorsa

Ceny z okresu '0':

$$Q_{1/0}^L = \frac{\sum_{i=1}^a q_{1i} p_{0i}}{\sum_{i=1}^a q_{0i} p_{0i}}$$

b. Paaschego

Ceny z okresu '1':

$$Q_{1/0}^P = \frac{\sum_{i=1}^a q_{1i} p_{1i}}{\sum_{i=1}^a q_{0i} p_{1i}}$$

c. Fishera:

$$Q_{1/0}^F = \sqrt{Q_{1/0}^L \cdot Q_{1/0}^P}$$

Indeksy Fishera cen i ilości pokazują jaki jest udział tych dwóch czynników w dynamice wartości sprzedaży.