

Zadanie 1

Założmy, że bierzesz udział w następującej grze w orła i reszkę:

Jeżeli wypadnie orzeł przegrywasz 5 zł, jeżeli wypadnie reszka wygrywasz 5 zł.

1. Zapisz tę grę jako loterię
2. Oblicz wartość oczekiwaną tej gry
3. Jeżeli zasady gry zmieniają się i zamiast 5zł będzie można wygrać bądź przegrać 10 zł, to czym będą się od siebie te gry różniły?

Zadanie 2

Założmy, że bierzesz udział w następującej grze w orła i reszkę, w której rzucamy jednocześnie dwoma symetrycznymi monetami: Jeżeli wypadną dwa orły przegrywasz 5 zł, jeżeli wypadną dwie reszki wygrywasz 5 zł. W pozostałych przypadkach nic się nie dzieje.

1. Zapisz powyższą grę jako loterię.
2. Znajdź wartość oczekiwaną tej gry.

Zadanie 3

Założmy, że bierzesz udział w następującej grze: Rzucasz symetryczną, nieobciążoną kostką sześcienną. Jeżeli liczba oczek jest podzielna przez 2 – wygrywasz 2 zł Jeżeli liczba oczek jest podzielna przez 3 – wygrywasz 3 zł W pozostałych przypadkach przegrywasz 4 zł

1. Zapisz powyższą grę jako loterię.
2. Znajdź wartość oczekiwaną tej gry.

Zadanie 4

Ania ma użyteczność z dochodu opisaną funkcją użyteczności $U = I^{0,5}$, gdzie I to jej dochód. Postanowiła założyć własną działalność gospodarczą, która przyniesie jej dochód zero lub 250 000 (z równym prawdopodobieństwem).

1. Jaka jest wartość oczekiwana dochodu?
2. Czy Ania ma skłonność czy może awersję do ryzyka?
3. Jaka jest użyteczność oczekiwana z tej gry?
4. Jaki pewny dochód musiałby Ani zaproponować pracodawca, aby zrezygnowała z zakładania własnej działalności (ekwiwalent pewności).

Zadanie 5

Marek zakupił za 10 zł los na loterii, w której można otrzymać 0, 9, 16 lub 25 zł (każda z tych kwot pada z jednakowym prawdopodobieństwem. Wiadomo, że użyteczność marko z tej loterii opisana jest funkcją użyteczności $U = W^{0,5}$, gdzie W to wygrana.

1. Jaka jest wartość oczekiwana wygranej?
2. Czy Marek dobrze zrobił decydując się na zakup losu?
3. Ile co najwyżej powinien zapłacić Marek za los na tej loterii?
4. Jaki jest ekwiwalent pewności tej gry?
5. Jak zmieniły by się odpowiedzi na powyższe pytania, jeżeli preferencje Marka to $U = W^2$?

Zadanie 6

1. Podaj wzory funkcji użyteczności jednej zmiennej następujących osób:

- Maćka, który posiada awersję do ryzyka $U=\sqrt{I}$
 - Mikołaja, który jest neutralny względem ryzyka $U=I$
 - Marka, który ma skłonność do ryzyka $U=I^2$
2. Zilustruj graficznie te funkcje użyteczności.
 3. Udowodnij, graficznie oraz analitycznie, że podane przez Ciebie wzory spełniają zadane kryteria.

Zadanie 7

Obecnie Twój dochód wynosi 100 000 zł. Najprawdopodobniej nie zachorujesz przez cały rok ($p=0,95$) i nie będzie konieczne ponoszenie wydatków na leczenie. Jeżeli jednak ciężko zachorujesz, konieczne będzie kosztowne leczenie za 36 000 zł ($p=0,05$). Twoja funkcja użyteczności wynosi $U = I^{0,5}$

1. Jaka jest użyteczność oczekiwana?
2. Jakie jest najdroższe ubezpieczenie, pokrywające pełne koszty leczenia, na którego zakup się zdecydujesz?
3. Ile wynosi stawka uczciwego ubezpieczyciela, który jest neutralny względem ryzyka?

Zadanie 8

Twoja dobra przyjaciółka Ewa, jest doskonałym kierowcą. Niestety nawet „córce Kubicy” może przydarzyć się wypadek. Dochód Ewy wynosi 150 000 EUR rocznie. Jeżeli dojdzie do wypadku ($p=1\%$) koszty naprawy wyniosą aż 50 000 EUR. Ewa ma możliwość wykupienia ubezpieczenia, które pokryje 90 EUR strat, za każde 1 EUR wydane na ubezpieczenie. Wiadomo, że funkcja użyteczności Ewy dana jest wzorem $U = I^{0,5}$, gdzie I to dochód do dyspozycji w danym roku.

1. Agent Tomek proponuje Ewie pełne ubezpieczenie – na kwotę 50 000 EUR. Czy lepiej jest posiadać takie ubezpieczenie, czy może nie mieć żadnego?
2. Doradź Ewie jakie jest dla niej najlepsze ubezpieczenie.

Zadanie 9

Łukasz planuje zainwestować 100 000 zł. Jego doradca inwestycyjny wybrał dla niego trzy najbardziej odpowiednie spółki: A, B oraz C, których wyniki są od siebie zupełnie niezależne. Spółki A i B na 90% wypłacą dywidendę w wysokości 10zł na akcję. Spółka C, również na 90% wypłaci dywidendę w wysokości 10,50 zł na akcję. Dywidendy będą wypłacane za rok. Akcja każdej firmy kosztuje obecnie 100 zł. Jak Łukasz powinien zainwestować swoje pieniądze, jeżeli:

1. Jest neutralny względem ryzyka
2. Posiada silną awersję względem ryzyka