



UNIwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Zaawansowana Makroekonomia

Cykle koniunkturalne: Wykład 3

Marcin Bielecki

Rok akademicki 2025/2026

Uniwersytet Warszawski
Wydział Nauk Ekonomicznych

Sztywności nominalne i lepkość cen

W doskonałej konkurencji firmy sprzedają homogeniczne dobra i są cenobiorcami

W rzeczywistości wiele firm różnicuje swoje produkty i samodzielnie ustala ceny

Wygodna forma rynku: **konkurencja monopolistyczna**

- Konsumenci lubią spożywać wiele różnych dóbr („love for variety”)
- Siła rynkowa firmy zależy od elastyczności substytucji $\varepsilon > 1$
- Doskonała konkurencja: nieskończona elastyczność substytucji
- Jeden „sektor”: wszystkie firmy konkurują ze sobą nawzajem
- Model ten można stosunkowo łatwo rozszerzyć o wielosektorowość: wyższa elastyczność substytucji wewnątrz sektorów, a niższa pomiędzy sektorami

Konkurencja monopolistyczna: problem konsumenta

Konsument chce czerpać użyteczność z ogólnej konsumpcji C , która jest generowana przez konsumpcję poszczególnych dóbr C_i

Problem minimalizacji wydatków, gdzie $\rho \equiv \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \in (0, 1)$

$$\min \int_0^1 P_{it} C_{it} di \quad \text{p. w.} \quad \left(\int_0^1 C_{it}^\rho di \right)^{1/\rho} \geq C_t$$

Lagranżjan (mnożnik Lagrange'a jest tu jednocześnie indeksem cen konsumenta)

$$\mathcal{L} = - \int_0^1 P_{it} C_{it} di + P_t \left[\left(\int_0^1 C_{it}^\rho di \right)^{1/\rho} - C_t \right]$$

Warunek pierwszego rzędu względem C_{it}

$$-P_{it} + P_t \left[\frac{1}{\rho} \left(\int_0^1 C_{it}^\rho di \right)^{(1/\rho)-1} \rho C_{it}^{\rho-1} \right] = 0 \quad \rightarrow \quad P_{it} = P_t \left(\int_0^1 C_{it}^\rho di \right)^{(1-\rho)/\rho} C_{it}^{\rho-1}$$

$$P_{it} = P_t C_t^{1-\rho} C_{it}^{\rho-1} \quad \rightarrow \quad C_{it} = (P_{it}/P_t)^{1/(\rho-1)} C_t \quad \rightarrow \quad C_{it} = P_{it}^{-\varepsilon} P_t^\varepsilon C_t$$

Konkurencja monopolistyczna: problem firmy

Przy funkcji produkcji o stałych przychodach skali koszt krańcowy MC_j jest stały

$$\max_{P_{it}, Y_{it}} D_{it} = P_{it}Y_{it} - MC_{it}Y_{it}$$

$$\text{p. w. } P_{it} = P_t Y_t^{1-\rho} Y_{it}^{\rho-1}$$

Po wstawieniu odwróconej funkcji popytu do funkcji zysku

$$\max_{Y_{it}} D_{it} = P_t Y_t^{1-\rho} Y_{it}^{\rho} - MC_{it}Y_{it}$$

Warunek pierwszego rzędu względem Y_{it} ($MR = MC$)

$$\rho P_t Y_t^{1-\rho} Y_{it}^{\rho-1} - MC_{it} = 0 \quad \rightarrow \quad \rho P_{it} = MC_{it}$$

Optymalną strategią cenową jest stały narzut μ na nominalny koszt krańcowy

$$P_{it}^* = \frac{1}{\rho} MC_{it} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} MC_{it} \equiv (1 + \mu) MC_{it}$$

Jeśli dopuścimy zróżnicowanie ε / μ pomiędzy sektorami, to $P_{it}^* = (1 + \mu_{it}) MC_{it}$

Narzut w badaniach empirycznych

Perfect competition can be rejected for almost all sectors in all countries

Markups are generally higher in services than manufacturing

Table 1. Weighted average markup, 1981-2004

Country	Manufacturing		Market		All	
	& Construction		Services		(Manufacturing, Construction & Market Services)	
Germany	1.16	(0.01)*	1.54	(0.03)*	1.33	(0.01)*
France	1.15	(0.01)*	1.26	(0.02)*	1.21	(0.01)*
Italy	1.23	(0.01)*	1.87	(0.02)*	1.61	(0.01)*
Spain	1.18	(0.00)*	1.37	(0.01)*	1.26	(0.01)*
Netherlands	1.13	(0.01)*	1.31	(0.02)*	1.22	(0.01)*
Belgium	1.14	(0.00)*	1.29	(0.01)*	1.22	(0.01)*
Austria	1.20	(0.02)*	1.45	(0.03)*	1.31	(0.02)*
Finland	1.22	(0.01)*	1.39	(0.02)*	1.28	(0.01)*
Euro Area	1.18	(0.01)*	1.56	(0.01)*	1.37	(0.01)*
USA	1.28	(0.02)*	1.36	(0.03)*	1.32	(0.02)*

Christopoulou i Vermeulen (2008)

Ceny nie zawsze zmieniają się z okresu na okres

Survey about price setting practices carried out by the Banco de Portugal

Firms in the sample are generally quicker to react to cost shocks, in particular when they are positive, than to demand shocks

TABLE 1

Distribution of the price responses to demand and cost shocks

<i>Price adjustment lag</i>	<i>Cost shocks</i>		<i>Demand shocks</i>	
	<i>Positive</i>	<i>Negative</i>	<i>Positive</i>	<i>Negative</i>
1 – less than one week	4.7	3.5	2.8	4.8
2 – from one week to one month	16.8	15.2	12.2	16.8
3 – from one month to three months	25.0	25.7	19.3	23.4
4 – from three to six months	17.6	14.9	13.4	13.6
5 – from six months to one year	26.3	21.2	17.7	14.0
6 – more than one year	9.6	19.5	34.6	27.4
Total	100.0	100.0	100.0	100.0

Dias i in. (2014)

Zalety lepkości cen: nie trzeba poznawać wszystkich cen na nowo za każdym razem, gdy idziemy na zakupy, większa łatwość planowania wydatków rozłożonych w czasie

Przeciętny czas trwania cen

- USA: czas trwania cen wynosi 2-4 kwartałów
Blinder i in. (1998), Klenow i Kryvstov (2008), Nakamura i Steinsson (2008)
- Strefa euro: czas trwania cen wynosi 4-5 kwartałów
Dhyne i in. (2005), Altissimo i in. (2006)
- Polska: czas trwania cen wynosi 4 kwartały
Macias i Makarski (2013)

Heterogeniczność pomiędzy sektorami

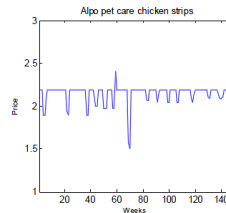
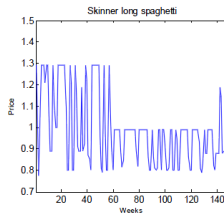
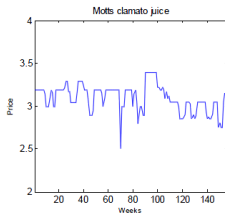
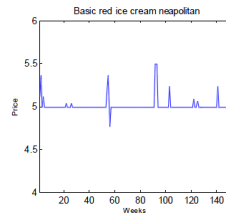
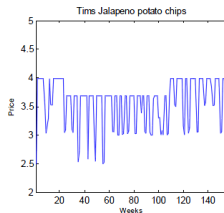
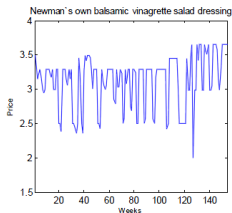
- Ceny dóbr handlowalnych mniej lepkie niż niehandlowalnych
- Ceny detaliczne bardziej lepkie od cen producenta

Gagnon (2009): dla stóp inflacji powyżej 10-15%

ceny zmieniają się tym częściej, im wyższa jest inflacja

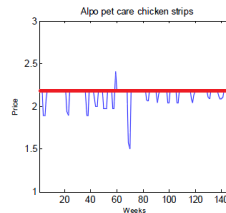
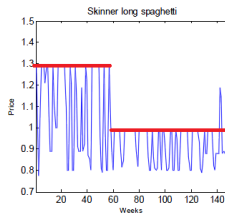
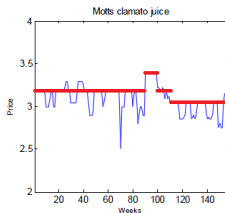
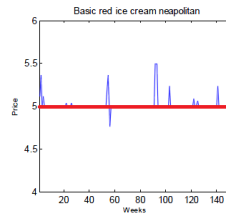
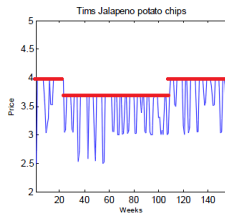
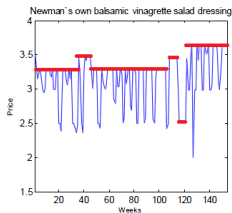
Przykładowa ewolucja cen detalicznych

Surowe dane z czytników kasowych



Przykładowa ewolucja cen detalicznych

Po „odfiltrowaniu” krótkotrwałych wyprzedaży: ceny referencyjne



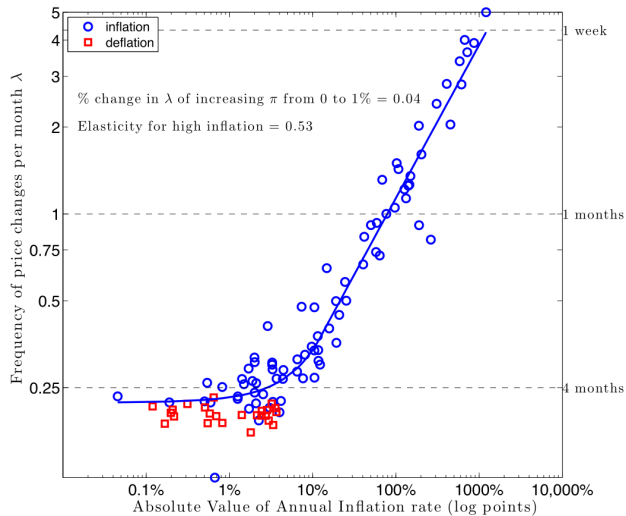
Częstotliwość zmian cen zależy od sektora

Table 4.1 Frequency of consumer price changes by product type, in %

Country	Unprocessed food	Processed food	Energy (oil products)	Non-energy industrial goods	Services	Total, country weights	Total, Euro area weights
Belgium	31.5	19.1	81.6	5.9	3.0	17.6	15.6
Germany	25.2	8.9	91.4	5.4	4.3	13.5	15.0
Spain	50.9	17.7	n.a.	6.1	4.6	13.3	11.5
France	24.7	20.3	76.9	18.0	7.4	20.9	20.4
Italy	19.3	9.4	61.6	5.8	4.6	10.0	12.0
Luxembourg	54.6	10.5	73.9	14.5	4.8	23.0	19.2
The Netherlands	30.8	17.3	72.6	14.2	7.9	16.2	19.0
Austria	37.5	15.5	72.3	8.4	7.1	15.4	17.1
Portugal	55.3	24.5	15.9	14.3	13.6	21.1	18.7
Finland	52.7	12.8	89.3	18.1	11.6	20.3	-
Euro Area	28.3	13.7	78.0	9.2	5.6	15.1	15.8

Source: Dhyne et al. (2005). Figures presented in this table are computed on the basis of the 50 product sample, with the only exception of Finland for which figures based on the entire CPI are presented. The total with country weights is calculated using country-specific weights for each item, the total with euro area weights using common euro area weights for each sub-index. No figures are provided for Finland because of a lack of comparability of the sample of products used in this country.

Częstotliwość zmian cen w czasach niskiej i wysokiej inflacji



Nowokeynesowska krzywa Phillipsa

Schemat Rotemberga

Na podstawie: Rotemberg (1982)

Większe zmiany cen są bardziej kosztowne, np. z powodu utraty lojalności konsumentów

Zbaracki i in. (2004): koszty zmiany „karty dań” (menu costs) są stałe, ale koszty zarządcze i konsumenckie są wypukłe

Dla uproszczenia zakładamy symetryczność firm ($p_i = p_j = p$)

Dynamicznemu problemowi maksymalizacji zysków odpowiada prostszy problem minimalizacji funkcji straty (gdzie p to logarytm ceny ustalanej przez firmę i $\phi > 0$)

$$L = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t \left[(p_{t+j} - p_{t+j}^*)^2 + \phi (p_{t+j} - p_{t+j}^e)^2 \right]$$

- $E_t[(p_{t+j} - p_{t+j}^*)^2]$ to utrata zysku przez ustalenie ceny innej niż $(1 + \mu) MC$
- $E_t[\phi(p_{t+j} - p_{t+j}^e)^2]$ to koszt zmiany cen: im większa zmiana ceny, tym większy koszt
- p_t^e to cena, której spodziewają się konsumenci; przyjmujemy $p_t^e = p_{t-1}$

Schemat Rotemberga: rozwiązanie

Rozpisujemy funkcję straty dla $j = 0$ i $j = 1$

$$L = (p_t - p_t^*)^2 + \phi (p_t - p_{t-1})^2 + \beta E_t \left[(p_{t+1} - p_{t+1}^*)^2 + \phi (p_{t+1} - p_t)^2 \right] + \dots$$

Warunek pierwszego rzędu względem p_t

$$2(p_t - p_t^*) + 2\phi(p_t - p_{t-1}) + \beta E_t [2\phi(p_{t+1} - p_t)(-1)] = 0$$

$$\frac{1}{\phi}(p_t - p_t^*) + (p_t - p_{t-1}) - \beta E_t [p_{t+1} - p_t] = 0$$

$$(p_t - p_{t-1}) = \beta E_t [p_{t+1} - p_t] - \frac{1}{\phi}(p_t - p_t^*)$$

Ponieważ wszystkie firmy ustalają ceny symetrycznie, stopa inflacji $\pi_t \equiv p_t - p_{t-1}$

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \frac{1}{\phi}(p_t^* - p_t)$$

Inflacja bieżąca zależy od oczekiwanej inflacji w przyszłości!

Oczekiwania inflacyjne na kolejne 12 miesięcy vs stopa inflacji w Polsce

Gdy więcej ludzi oczekuje stabilizacji cen, inflacja spada



Źródło: PB na podstawie danych GUS



Na podstawie: Calvo (1983)

U Rotemberga firmy dokonują małych zmian cen co okres

U Calvo firmy „nie mogą” tego zrobić

- Firmy mogą zmienić ceny tylko wtedy, gdy otrzymają „sygnał”
- Z prawdopodobieństwem θ cena pozostaje niezmieniona
- Jeżeli firma ustala cenę w okresie t , prawdopodobieństwo, że cena ta obowiązuje nadal w okresie $t + j$ wynosi θ^j
- Ceny przeciętnie trwają niezmienione przez $1 / (1 - \theta)$ okresów
- Oznaczmy cenę (jej logarytm) ustaloną w okresie t jako $\tilde{p}_{i,t}$

Dynamicznemu problemowi maksymalizacji zysków odpowiada prostszy problem minimalizacji funkcji straty

$$L = \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j E_t \left[(\tilde{p}_{it} - p_{i,t+j}^*)^2 \right]$$

Schemat Calvo: rozwiązanie

Warunek pierwszego rzędu

$$\sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j E_t [2 (\tilde{p}_{it} - p_{i,t+j}^*)] = 0$$

$$\tilde{p}_{it} \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j = \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j E_t p_{i,t+j}^* = p_{it}^* + \sum_{j=1}^{\infty} (\beta\theta)^j E_t p_{i,t+j}^*$$

$$\tilde{p}_{it} \frac{1}{1 - \beta\theta} = p_{it}^* + \beta\theta E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j E_{t+1} p_{i,t+1+j}^*$$

$$\frac{1}{1 - \beta\theta} \tilde{p}_{it} = p_{it}^* + \beta\theta \frac{1}{1 - \beta\theta} E_t \tilde{p}_{i,t+1}$$

Cena ustalona w okresie t jest średnią ważoną obecnej i przyszłych cen optymalnych, co można też wyrazić jako

$$\tilde{p}_{it} = (1 - \beta\theta) p_{it}^* + \beta\theta E_t \tilde{p}_{i,t+1}$$

Dynamika inflacji w schemacie Calvo

W danym okresie losowa część θ firm nie zmienia cen i wynoszą one średnio p_{t-1} , z kolei losowa część $1 - \theta$ firm ustala ceny symetrycznie na nowym poziomie $\tilde{p}_t$

$$p_t = \theta p_{t-1} + (1 - \theta) \tilde{p}_t$$

Po szeregu przekształceń algebraicznych (następny slajd dla dociekliwych) otrzymujemy

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \frac{(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta} (p_t^* - p_t)$$

W schemacie Rotemberga

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \frac{1}{\phi} (p_t^* - p_t)$$

W obu schematach oczekiwania odnośnie przyszłej inflacji wpływają silnie na obecną!

Dynamika inflacji w schemacie Calvo: algebra

$$p_t = (1 - \theta) \tilde{p}_t + \theta p_{t-1}$$

$$\tilde{p}_t = \frac{p_t - \theta p_{t-1}}{1 - \theta} = \frac{p_t - p_{t-1} + (1 - \theta) p_{t-1}}{1 - \theta} = \frac{\pi_t}{1 - \theta} + p_{t-1}$$

$$\tilde{p}_t = (1 - \beta\theta) p_t^* + \beta\theta E_t \tilde{p}_{t+1} = (1 - \beta\theta) p_t^* + \beta\theta \left[\frac{1}{1 - \theta} E_t \pi_{t+1} + p_t \right]$$

$$(1 - \theta) \tilde{p}_t = p_t - \theta p_{t-1} = \theta (p_t - p_{t-1}) + (1 - \theta) p_t$$

$$\theta (p_t - p_{t-1}) = (1 - \theta) (\tilde{p}_t - p_t)$$

$$\theta \pi_t = (1 - \theta) \left[(1 - \beta\theta) p_t^* + \frac{\beta\theta}{1 - \theta} E_t \pi_{t+1} + \beta\theta p_t - p_t \right]$$

$$\theta \pi_t = \beta\theta E_t \pi_{t+1} + (1 - \theta) [(1 - \beta\theta) p_t^* + (\beta\theta - 1) p_t]$$

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \frac{(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta} (p_t^* - p_t)$$

Porównanie schematów Rotemberga i Calvo

Taka sama (w przybliżeniu pierwszego rzędu) forma funkcyjna NKPC,
inna interpretacja ekonomiczna: zob. **Lombardo i Vestin (2007)** oraz **Ascari i Rossi (2012)**

- Schemat Rotemberga: koszty inflacji wynikają z kosztów zmian cen, ceny relatywne pomiędzy produktami są zachowane
- Schemat Calvo: koszty inflacji wynikają z braku zmian cen wszystkich produktów, powstaje dyspersja cen
- Dyspersja cen jest źródłem nieefektywności gospodarki ($P_1/P_2 \neq MC_1/MC_2$)
- Dobrobytowe koszty inflacji są wyższe u Calvo
- Schemat Calvo dobrze odzwierciedla dane w warunkach jednocyfrowej inflacji, przy wysokiej inflacji do danych lepiej pasuje schemat Rotemberga (bardzo częste zmiany cen, „wyczuwanie” rynku w niestabilnym otoczeniu)

Nowokeynesowska krzywa Phillipsa (NKPC)

W obu schematach otrzymujemy (gdzie $\chi > 0$, przy czym u Calvo $\partial\chi/\partial\theta < 0$)

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \chi (p_t^* - p_t) = \beta E_t \pi_{t+1} + \chi \ln (P_t^* / P_t)$$

Powiązmy to z wyrażeniem na „optymalną” cenę

$$P_t^* = (1 + \mu) MC_t \quad \rightarrow \quad P_{ss} = (1 + \mu) MC_{ss} \quad \rightarrow \quad MC_{ss}^R \equiv MC_{ss} / P_{ss} = \frac{1}{1 + \mu}$$

$$\frac{P_t^*}{P_t} = (1 + \mu) \frac{MC_t}{P_t} = \frac{MC_t / P_t}{MC_{ss}^R} = \frac{MC_t^R}{MC_{ss}^R}$$

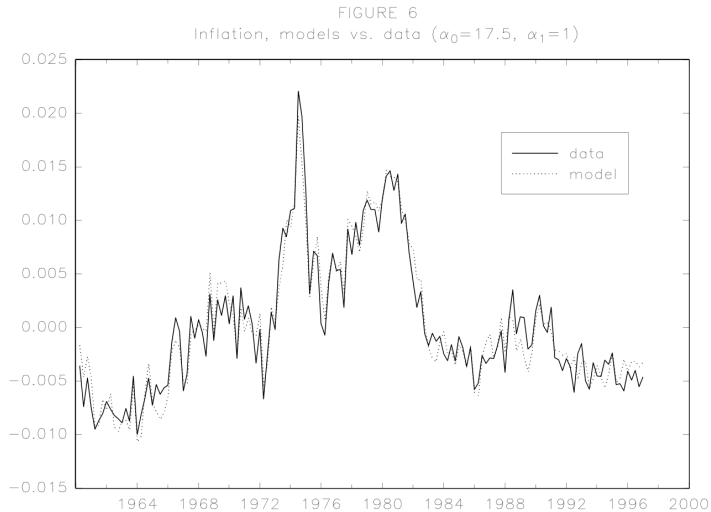
$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \chi \ln (MC_t^R / MC_{ss}^R) = \beta E_t \pi_{t+1} + \chi (mc_t^r - mc_{ss}^r) \equiv \beta E_t \pi_{t+1} + \chi \hat{mc}_t^r$$

gdzie $\hat{mc}^r$ to procentowe odchylenie bieżącego realnego kosztu krańcowego od stanu ustalonego, zależne m.in. od relacji realnych płac do wydajności pracy

Wykorzystując zależność bieżącej inflacji od oczekiwanej, możemy ją też zapisać jako

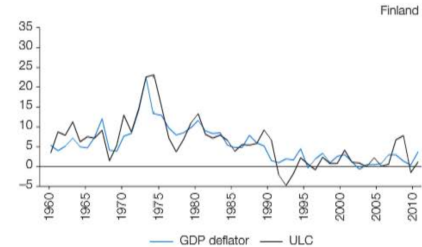
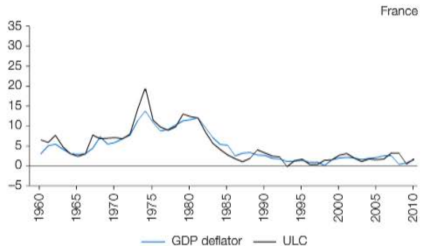
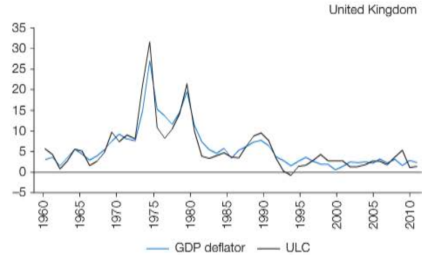
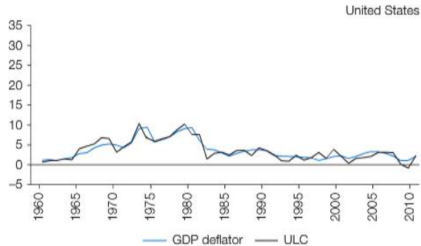
$$\pi_t = \chi \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t \hat{mc}_{t+j}^r$$

Bieżąca inflacja vs przewidywana za pomocą NKPC



Sbordone (2002)

Dynamika deflatora PKB i jednostkowych kosztów pracy (WL/Y)



Oszacowanie nachylenia NKPC

Gali i Gertler (1999) konstruują *proxy* odchylenia realnego kosztu krańcowego $\hat{m}c_t^r$

$$Y_t = A_t \bar{K}_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad \rightarrow \quad \hat{m}c_t^r \equiv \frac{W_t/P_t}{\partial Y_t / \partial L_t} = \frac{W_t/P_t}{(1-\alpha) Y_t / L_t} = \frac{1}{1-\alpha} \frac{W_t L_t}{P_t Y_t}$$

A następnie otrzymują oszacowanie NKPC

$$\pi_t = 0.942 E_t \pi_{t+1} + 0.023 \hat{m}c_t^r$$

W następnych krokach wykazemy, że NKPC można też zapisać jako

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t$$

gdzie $\kappa > 0$, a x to tzw. luka popytowa / produktowa (output gap)

Wymaga to jednak przyjęcia założeń, które niekoniecznie są spełnione, co sprawia, że oszacowania NKPC wykorzystujące lukę popytową są mniej wiarygodne

Obecnie dostęp do danych mikroekonomicznych pozwala na bezpośrednie oszacowanie NKPC posługując się rzeczywistymi kosztami krańcowymi

NKPC na podstawie danych mikro o kosztach krańcowych

Table 4: Structural estimates and slope of the sectoral Phillips curves: Sectoral estimates.

Sector:	θ_s	Ω_s	λ_s	$\bar{s}_s$
Transport equipment	0.582 (0.009)	0.077 (0.015)	0.281 (0.019)	0.033 (0.012)
Electrical equipment	0.632 (0.005)	0.191 (0.021)	0.177 (0.007)	0.020 (0.007)
Machinery equipment	0.668 (0.021)	0.087 (0.041)	0.154 (0.029)	0.019 (0.012)
Wood, paper and printing	0.703 (0.019)	0.202 (0.082)	0.102 (0.020)	0.106 (0.034)
Metals	0.728 (0.016)	0.127 (0.056)	0.091 (0.013)	0.099 (0.016)
Rubber and plastic	0.714 (0.018)	0.367 (0.047)	0.075 (0.012)	0.106 (0.011)
Textiles, apparel and leather	0.737 (0.023)	0.509 (0.144)	0.047 (0.019)	0.030 (0.024)
Chemicals	0.779 (0.011)	0.330 (0.031)	0.043 (0.005)	0.275 (0.066)
Food, beverages and tobacco	0.760 (0.018)	0.483 (0.048)	0.041 (0.010)	0.289 (0.031)

Notes. This table presents the estimates of the structural parameters (θ and Ω), the implied slope of the NKPC (λ), and the sector-specific Törnqvist weight ($\bar{s}$) for different manufacturing sectors. The estimates are obtained using Model C. For each sector, observations are weighted in the regression using Törnqvist weights. Standard errors (in parenthesis) are robust to heteroskedasticity and autocorrelation at the firm level.

Nowokeynesowska krzywa IS

Problem gospodarstw domowych

Dla uproszczenia rozważamy model bez kapitału

$$\max U = E_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \left(\frac{C_{t+j}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi \frac{L_{t+j}^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right) \right]$$
$$\text{p. w. } P_t C_t + B_t = W_t L_t + (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + D_t$$

Langranżjan (od razu rozpisany dla $j = 0$ i $j = 1$)

$$\mathcal{L} = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \psi \frac{L_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \lambda_t [W_t L_t + (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + D_t - P_t C_t - B_t]$$
$$+ \beta E_t [\lambda_{t+1} [W_{t+1} L_{t+1} + (1 + i_t) B_t + D_{t+1} - P_{t+1} C_{t+1} - B_{t+1}]] + \dots$$

Warunki pierwszego rzędu

$$\begin{array}{lll} C_t : & C_t^{-\sigma} - \lambda_t P_t = 0 & \rightarrow \lambda_t = C_t^{-\sigma} / P_t \\ L_t : & -\psi L_t^{\varphi} + \lambda_t W_t = 0 & \rightarrow \lambda_t = \psi L_t^{\varphi} / W_t \\ B_t : & -\lambda_t + \beta E_t [\lambda_{t+1} (1 + i_t)] = 0 & \rightarrow \lambda_t = \beta E_t [\lambda_{t+1} (1 + i_t)] \end{array}$$

Równanie Eulera

$$\frac{C_t^{-\sigma}}{P_t} = \beta E_t \left[\frac{C_{t+1}^{-\sigma}}{P_{t+1}} (1 + i_t) \right] \rightarrow C_t^{-\sigma} = \beta E_t \left[C_{t+1}^{-\sigma} \frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}} \right]$$

Krzywa podaży pracy

$$\frac{C_t^{-\sigma}}{P_t} = \frac{\psi L_t^\varphi}{W_t} \rightarrow \psi L_t^\varphi C_t^\sigma = \frac{W_t}{P_t} \rightarrow L_t = \left[\frac{1}{\psi} \frac{W_t}{P_t} C_t^{-\sigma} \right]^{1/\varphi}$$

Możemy też zawsze w razie potrzeby dodać równanie popytu na pieniądz typu MIU

$$M_t^d = \nu^{1/\sigma} P_t C_t [(1 + i_t) / i_t]^{1/\sigma}$$

Kilka kolejnych założeń

Inwestycje i wydatki rządowe są zerowe, więc $C_t = Y_t$

$$Y_t^{-\sigma} = \frac{1}{1+\rho} E_t \left[Y_{t+1}^{-\sigma} \frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \right]$$

Logarytmujemy i stosujemy przybliżenie pierwszego rzędu („zapominamy” o kowariancji)

$$-\sigma \ln Y_t \approx -\ln(1+\rho) - \sigma E_t \ln Y_{t+1} + \ln(1+i_t) - \ln(1+E_t \pi_{t+1})$$

$$y_t \approx E_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho)$$

Przy braku sztywności nominalnych (gdzie r^* to **naturalna realna stopa procentowa**)

$$y_t^* = E_t y_{t+1}^* - \frac{1}{\sigma} (r_t^* - \rho)$$

Po odjęciu stronami (definiujemy lukę popytową jako $x_t \equiv y_t - y_t^*$)

$$y_t - y_t^* = E_t [y_{t+1} - y_{t+1}^*] - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^*)$$

$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^*)$$

Nowokeynesowska krzywa IS

Naturalna realna stopa procentowa ($g_c = (r^* - \rho)/\sigma$)

$$r_t^* = \rho + \sigma E_t[\Delta y_{t+1}^*]$$

W ogólnym przypadku, gdy $C_t \neq Y_t$, także inne komponenty zagregowanego popytu oddziałują na lukę popytową: ich łączny wpływ podsumowuje szok popytowy $\tilde{u}$

Nowokeynesowska krzywa IS

$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho) + E_t[\Delta y_{t+1}^*] + \tilde{u}_t$$
$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho) + u_t$$

Cet. par. wyższa nominalna stopa procentowa wiąże się z bardziej ujemną luką popytową

Uwaga: dodatnia luka popytowa ($x > 0$) oznacza poziom produkcji wyższy, niż w kontrfaktycznej gospodarce z idealnie elastycznymi cenami ($y > y^*$)

Luka popytowa w NKPC

Zakładając $C_t = Y_t$ oraz $Y_t = Z_t L_t$ można łatwo powiązać lukę popytową x_t z $\hat{m}c_t^r$

$$Y_t = Z_t L_t \rightarrow MC_t = W_t / Z_t \rightarrow W_t = Z_t MC_t$$

Równowaga na rynku pracy

$$\psi L_t^\varphi C_t^\sigma = \psi \left(\frac{Y_t}{Z_t} \right)^\varphi Y_t^\sigma = \frac{W_t}{P_t} = Z_t \frac{MC_t}{P_t} \rightarrow \ln \psi + (\varphi + \sigma) y_t - \varphi z_t = z_t + mc_t - p_t$$

$$y_t = \frac{1 + \varphi}{\varphi + \sigma} z_t + \frac{1}{\varphi + \sigma} mc_t^r - \frac{\ln \psi}{\varphi + \sigma}$$

W świecie idealnie elastycznych cen

$$y_t^f = \frac{1 + \varphi}{\varphi + \sigma} z_t + \frac{1}{\varphi + \sigma} mc_{ss}^r - \frac{\ln \psi}{\varphi + \sigma}$$

Luka popytowa

$$x_t \equiv y_t - y_t^f = \frac{1}{\varphi + \sigma} (mc_t^r - mc_{ss}^r) = \frac{1}{\varphi + \sigma} \hat{m}c_t^r$$

Nowokeynesowska krzywa Phillipsa

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \chi \hat{m} \hat{c}_t^r$$

Luka popytowa

$$x_t = \frac{1}{\varphi + \sigma} \hat{m} \hat{c}_t^r$$

Ostateczna postać NKPC

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + e_t$$

gdzie $\kappa \equiv \chi (\varphi + \sigma) > 0$, a e_t to szok kosztowy:

wpływ zmiany pozapłaćcowych kosztów produkcji przy $Y_t \neq Z_t L_t$

Nowokeynesowska krzywa Phillipsa

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + e_t$$

Nowokeynesowska krzywa IS

$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho) + u_t$$

Skierowany w przyszłość dynamiczny system trzech zmiennych:
luki popytowej x , stopy inflacji π i nominalnej stopy procentowej i

Potrzebujemy trzeciego równania, aby domknąć system
↪ należy określić regułę prowadzenia polityki pieniężnej

Polityka pieniężna w modelu nowokeynesowskim

Optymalna polityka w długim okresie

W podstawowym modelu występują dwie nieefektywności

1. Konkurencja monopolistyczna: $P > MC$ oraz $Y^m < Y^c$
2. Dyspersja cen: $P_1/P_2 \neq MC_1/MC_2$

Polityka pieniężna nie może usunąć pierwszej nieefektywności

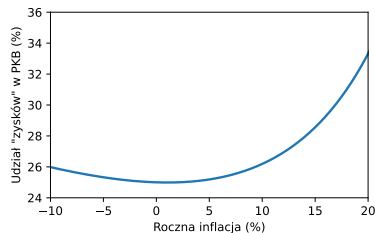
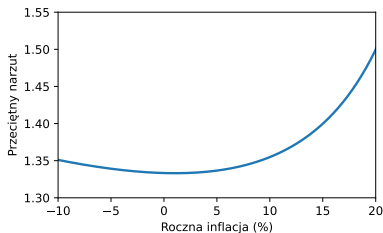
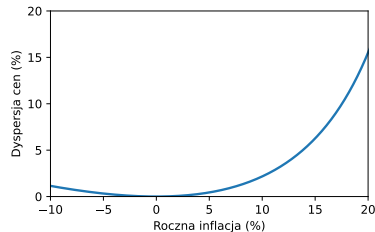
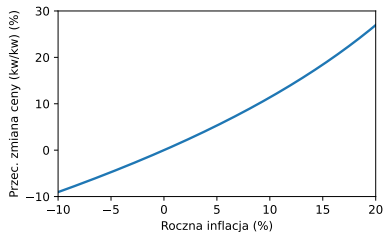
Ale może usunąć drugą, utrzymując inflację na poziomie 0%,
przy czym koszty dobrobytowe inflacji rzędu 2-3% rocznie są bardzo małe

Dodatni cel inflacyjny (w krajach rozwiniętych zazwyczaj 2% rocznie):

- Zmniejsza dyspersję cen przy spadającym MC w wyniku postępu technologicznego
- Zwiększa płynność rynku pracy (lepkosć płac nominalnych)
- Zwiększa przestrzeń do obniżania stóp procentowych w cyklu koniunkturalnym
- Obniża prawdopodobieństwo napotkania pułapki deflacyjnej (ZLB)

Koszty inflacji w stanie ustalonym (w schemacie Calvo dla $\varepsilon = 4$ i $\theta = 0.75$)

Inflacja różna od 0% → dyspersja cen i niższa efektywna produkcja



Jeżeli nie występują szoki kosztowe, a lepkość cen jest jedynym źródłem nieefektywności,

to optymalna polityka pieniężna powinna doskonale stabilizować inflację

Jednocześnie luka popytowa też byłaby doskonale stabilna: **divine coincidence**,
zob. **Blanchard i Gali (2007)**

Jeżeli występują szoki kosztowe lub inne nieefektywności, np. lepkie płace, to optymalna polityka staje się bardziej skomplikowana, np. musi także stabilizować inflację płacową

„Boski zbieg okoliczności” już wtedy nie występuje
(niemożliwa jest stabilizacja wszystkiego naraz)

Funkcja straty optymalnej polityki

W sytuacji wielu nieefektywności polityka musi wybierać,
na ile stabilizować inflację, a na ile lukę popytową

Rotemberg i Woodford (1998): przybliżenie drugiego rzędu funkcji straty dobrobytu to

$$W = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\lambda x_t^2 + \pi_t^2) \right]$$

Jak wcześniej widzieliśmy, jest to spójne z zachowaniem banków centralnych,
które chcą stabilizować inflację i lukę popytową

Wiemy już, że systematyczne stymulowanie gospodarki (pożądane $x > 0$) nie działa,
a jego skutkiem jest skrzywienie inflacyjne

Powstaje natomiast pytanie, czy polityka pieniężna powinna być prowadzona
dyskrecjonalnie (z okresu na okres), czy systematycznie (commitment)

Optymalna dyskrecjonalna polityka

Prowadząc optymalną dyskrecjonalną politykę (ODP)
bank centralny nie może wpływać na oczekiwania dot. przyszłej polityki

Optymalizacja sprowadza się do sekwencji problemów statycznych

$$\begin{aligned} \min \quad & \lambda x_t^2 + \pi_t^2 \\ \text{p. w.} \quad & \pi_t = \beta \pi_t^e + \kappa x_t + e_t \end{aligned}$$

Oczekiwania π_t^e są brane z góry, gdyż bank centralny nie może na nie wpływać

Rozwiązanie

$$\pi_t = -\frac{\lambda}{\kappa} x_t$$

Po negatywnym szoku kosztowym bank centralny sprawia (jak? o tym później),
że inflacja przewyższa cel, a luka popytowa staje się ujemna

Uwaga: Jeśli bank centralny perfekcyjnie implementuje ODP, identyfikacja nachylenia
NKPC na podstawie luki popytowej staje się niemożliwa, zob. **McLeay i Tenreyro (2019)**

Optymalna systematyczna polityka

Jeżeli bank centralny **wiarygodnie** zobowiąże się do prowadzenia systematycznej polityki (OSP), będzie mógł wpływać na oczekiwania

Optymalizacja jest teraz dynamiczna

$$\min \quad \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \mathbb{E}_0 [\lambda x_t^2 + \pi_t^2]$$
$$\text{p. w.} \quad \pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + e_t$$

Lagranżjan

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \mathbb{E}_0 \left[-\frac{1}{2} (\lambda x_t^2 + \pi_t^2) + \mu_t (\beta \pi_{t+1} + \kappa x_t + e_t - \pi_t) \right]$$

Warunki pierwszego rzędu

$$\begin{aligned} x_t : \quad \beta^t \mathbb{E}_0 [-\lambda x_t + \mu_t \kappa] &= 0 & \rightarrow & \quad \mu_t = \frac{\lambda}{\kappa} x_t \\ \pi_t : \quad \beta^{t-1} \mathbb{E}_0 [\mu_{t-1} \beta] + \beta^t \mathbb{E}_0 [-\pi_t - \mu_t] &= 0 & \rightarrow & \quad \pi_t = -\mu_t + \mu_{t-1} \end{aligned}$$

Optymalna systematyczna polityka

Z dzisiejszej perspektywy przeszłość nie ogranicza nas w żaden sposób ($\mu_{-1} = 0$)

$$\pi_0 = -\mu_0 = -\frac{\lambda}{\kappa}x_0$$

Wynik identyczny do polityki dyskrecjonalnej

Dla przyszłych okresów ($t \geq 1$) otrzymujemy

$$\pi_t = -\mu_t + \mu_{t-1} = -\frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x_{t-1})$$

W przyszłości będziemy uwzględniać historię zdarzeń

Optymalna systematyczna polityka (OSP) oznacza stosowanie dyskrecjonalnej dziś, ale obiecanie stosowania nie-dyskrecjonalnej w przyszłości

W następnych okresach występuje pokusa prowadzenia polityki dyskrecjonalnej:

dynamiczna niespójność

OSP jest dynamicznie niespójna – rozwiązania?

1. Wysoka wiarygodność banku centralnego
2. Aby ją zbudować, przyjmij **perspektywę bezczasową**: „udawaj”, że OSP była stosowana już od dawna i od początku prowadź politykę zgodnie z regułą dla $t \geq 1$

Co jest lepsze: ODP czy OSP?

- Żadna nie powoduje skrzywienia inflacyjnego
- ODP generuje **skrzywienie stabilizacyjne**, sprawiając, że zmienne mają większą wariancję

Przewaga systematycznej polityki przemawia za koniecznością ustanowienia wiarygodnego, długookresowego umocowania instytucjonalnego banku centralnego, który czasem będzie działać **wbrew** maksymalizacji dobrobytu w danym okresie

Skrzywienie stabilizacyjne: jednookresowy szok kosztowy

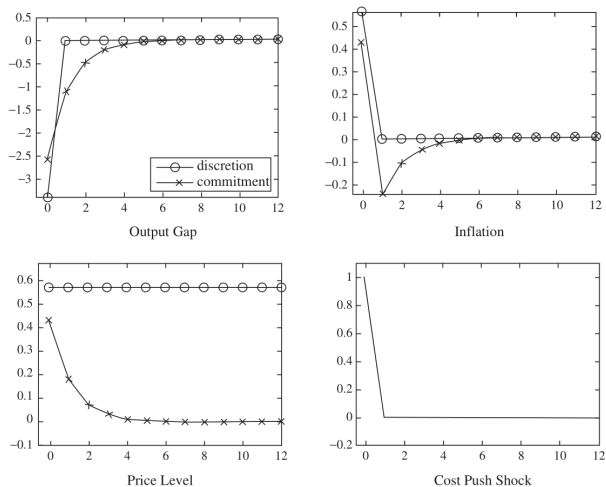


Figure 5.1 Optimal Responses to a Transitory Cost Push Shock

Gali (2008)

Skrzywienie stabilizacyjne: persystentny szok kosztowy

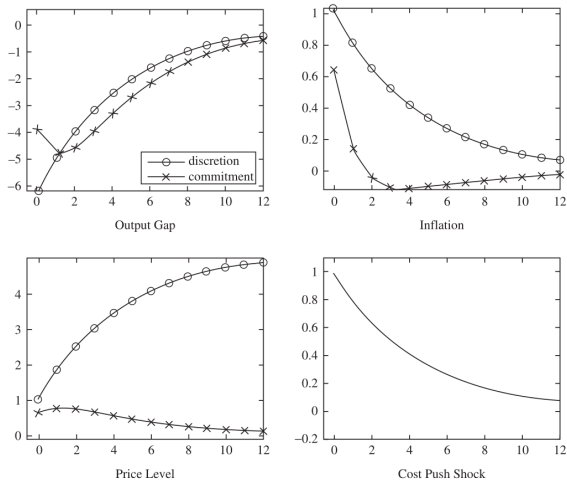


Figure 5.2 Optimal Responses to a Persistent Cost Push Shock

Gali (2008)

Zakładaliśmy, że bank centralny może „wybrać” x_t oraz π_t

W rzeczywistości bank centralny może na nie wpływać jedynie pośrednio, np. poprzez zmienianie poziomu nominalnej stopy procentowej

Przypomnijmy krzywą NKIS

$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho) + u_t$$

Bank centralny może wpływać na lukę popytową zmieniając poziom i

Zauważmy, że polityka pieniężna zmieniając i oddziałuje „najpierw” na lukę, a dopiero „potem” na inflację (ma to znaczenie dla „realistycznego” modelu)

Problemy z określonością systemu (determinacy)

Założmy, że szok kosztowy ma pewną persystencję: $e_t = \rho_e e_{t-1} + \epsilon_{e,t}$

Inflacja i luka popytowa w warunkach ODP wynoszą

$$\pi_t = \lambda \alpha e_t \quad \text{oraz} \quad x_t = -\kappa \alpha e_t$$

Bank centralny mógłby ustalać poziom i tak, żeby zaimplementować ODP

$$-\kappa \alpha e_t = -\kappa \alpha \rho_e e_t - \frac{1}{\sigma} (i_t - \lambda \alpha \rho_e e_t - r_t^*)$$

$$i_t = r_t^* + \alpha (\kappa \sigma (1 - \rho_e) + \lambda \rho_e) e_t$$

System ma wtedy nieskończenie wiele rozwiązań,
z których tylko jedno jest spójne z ODP

Taka reguła byłaby „za słaba” i wymagałaby obserwowania e_t
bezbłędnie w czasie rzeczywistym!

Reguła Taylora

Zamiast w regule uzależniać wartość instrumentu od szoków, lepiej uzależniać go od obserwowalnych zmiennych endogenicznych, np.

$$i_t = i^* + \gamma_\pi \pi_t$$

Można wykazać, że jeśli tylko $\gamma_\pi > 1$, system ma jednoznaczne rozwiązanie, a bank centralny może „wybrać” m.in. równowagę ODP

Bardziej ogólna **reguła Taylora** pozwala na uwzględnienie reakcji na lukę popytową oraz „wygładzanie” poziomu stóp procentowych w czasie

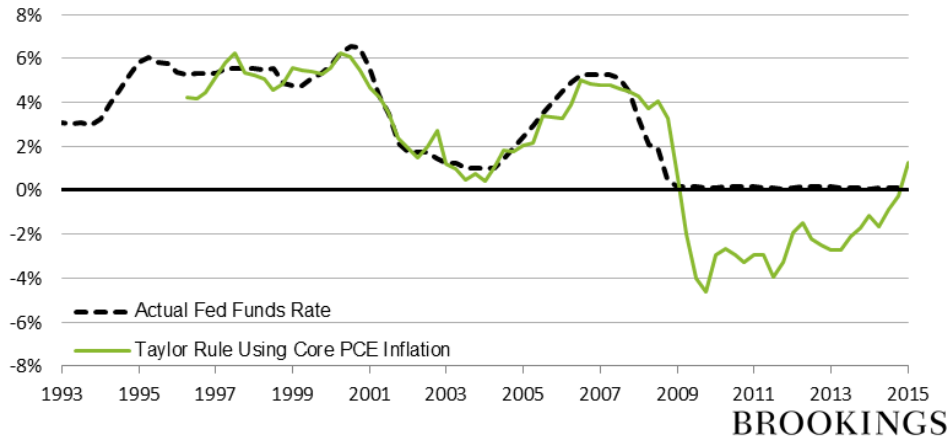
$$i_t = \rho_i i_{t-1} + (1 - \rho_i) (i^* + \gamma_\pi \pi_t + \gamma_x x_t)$$

Bank centralny powinien podnosić stopy procentowe, jeżeli (prognozowana) inflacja utrzymuje się powyżej celu i / lub (prognozowana) luka popytowa jest dodatnia

Reguła Taylora dobrze odwzorowuje politykę Fed przed 2009

Figure 2: Predictions of a Modified Taylor Rule

(Core PCE inflation, weight of 1.0 on output gap)



Bernanke (2015)

Zasada Taylora a stabilizacja inflacji

Zasada Taylora: gdy inflacja wzrośnie o 1 p.p., bank centralny powinien podnieść stopę procentową (w sensie dynamicznym) o $\gamma_\pi > 1$ p.p.

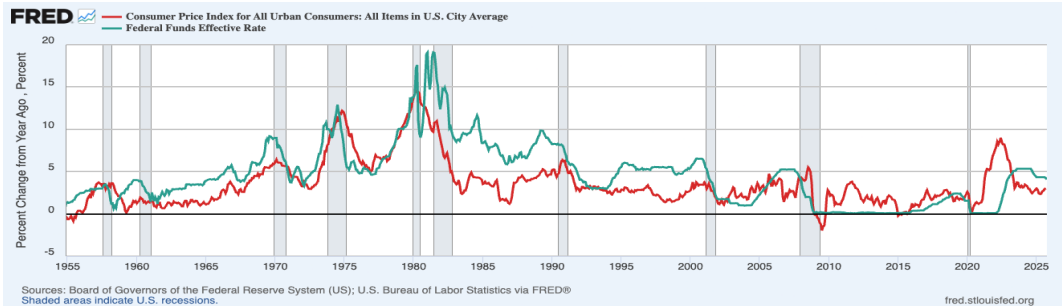
W przeciwnym wypadku inflacja będzie niestabilna

The estimate for the pre-Volcker rule is significantly less than unity. Monetary policy over this period was accommodating increases in expected inflation, in clear violation of the [Taylor principle – MB].

TABLE 1
ESTIMATES OF POLICY REACTION FUNCTION

	γ_π	γ_x	ρ
Pre-Volcker	0.83 (0.07)	0.27 (0.08)	0.68 (0.05)
Volcker–Greenspan	2.15 (0.40)	0.93 (0.42)	0.79 (0.04)

Zachowanie inflacji w USA



FRED

Podstawowy trzrównaniowy model NK

Nowokeynesowska krzywa Phillipsa

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + e_t$$

Nowokeynesowska krzywa IS

$$x_t = E_t x_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^*) + \tilde{u}_t$$

Reguła Taylora

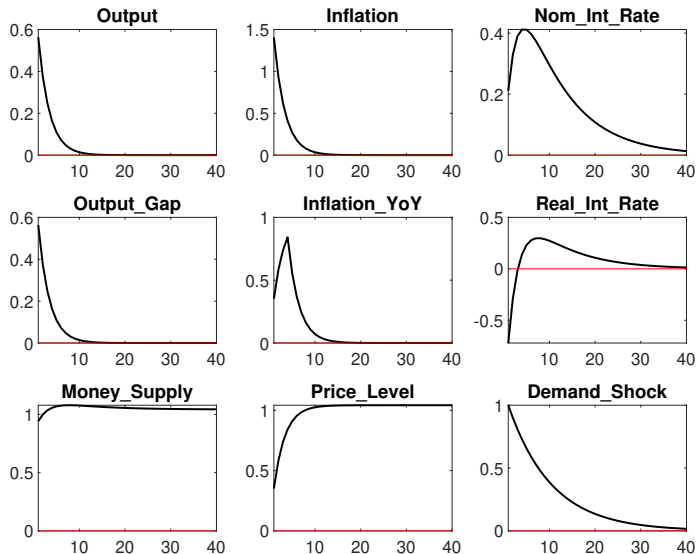
$$i_t = \rho_i i_{t-1} + (1 - \rho_i) (i^* + \gamma_\pi \pi_t + \gamma_x x_t) + v_t$$

gdzie v to **egzogeniczny** szok polityki pieniężnej

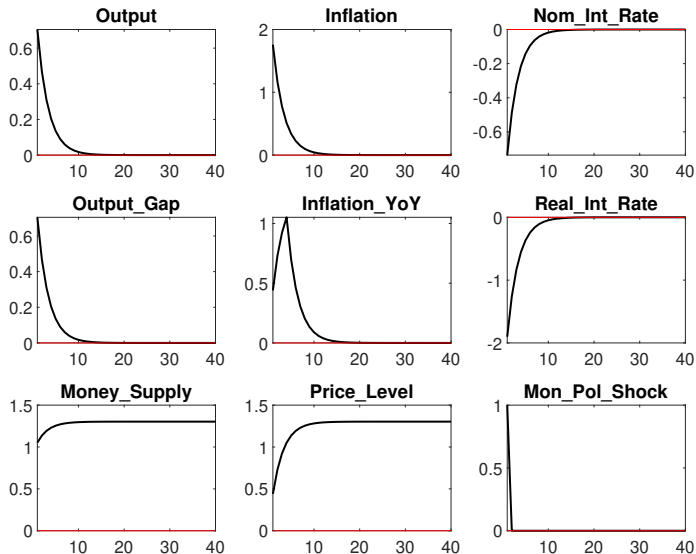
Plus zachowanie się naturalnej realnej stopy procentowej

$$r_t^* = \rho + \sigma E_t [\Delta y_{t+1}^*] = \rho + \frac{\sigma (1 + \varphi)}{\varphi + \sigma} (\rho_z - 1) z_t$$

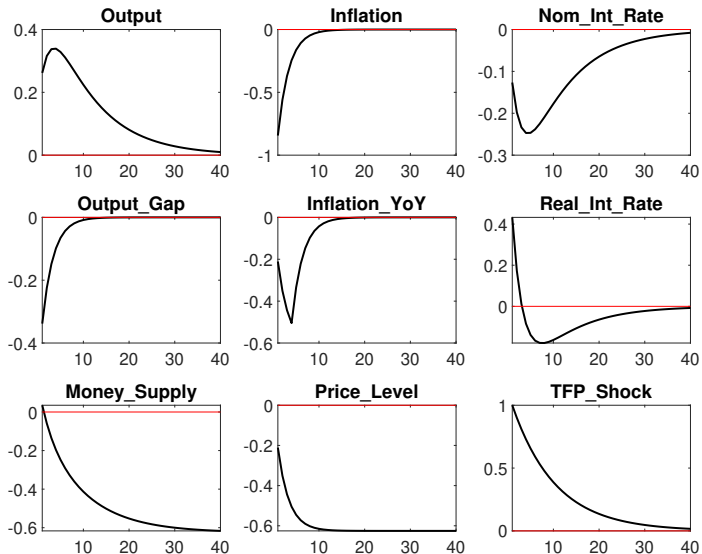
Pozytywny szok popytowy ($\tilde{u} > 0$)



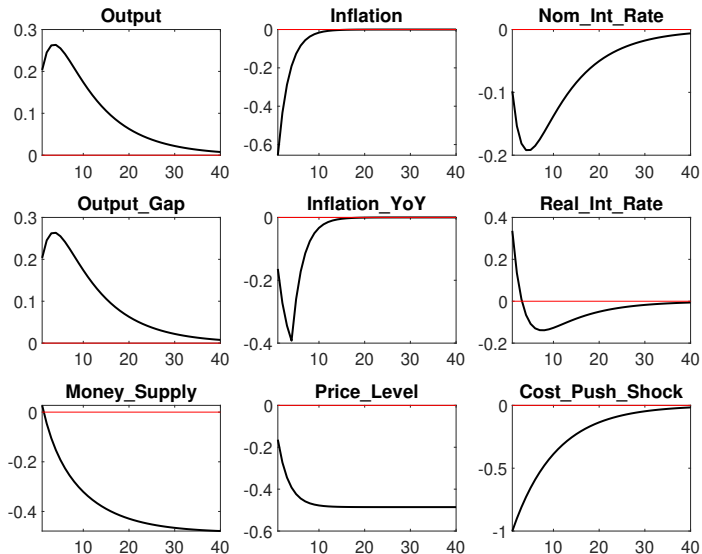
Pozytywny szok polityki pieniężnej ($v < 0$)



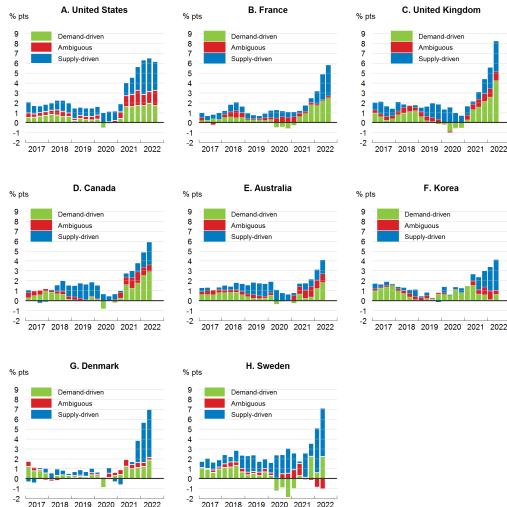
Pozytywny szok TFP ($z > 0$)



Pozytywny szok kosztowy ($e < 0$)



Modelowa dekompozycja źródeł inflacji

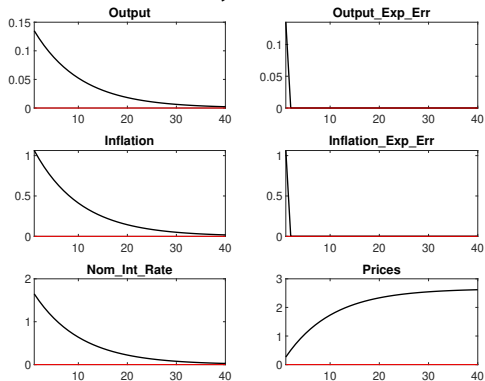


Nowoczesna polityka pieniężna: zarządzanie oczekiwaniami

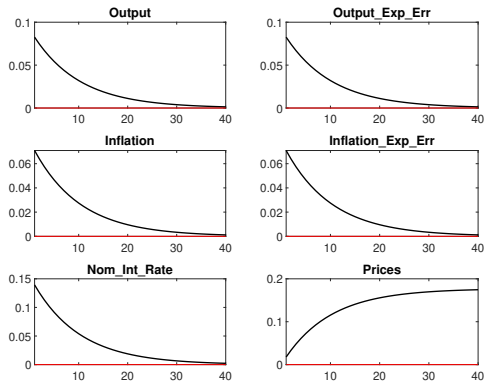
Woodford (2005, p. 3): For not only do expectations about policy matter, but, at least under current conditions, very little *else* matters

Reakcja na szok popytowy przy różnych oczekiwaniach

Racjonalne

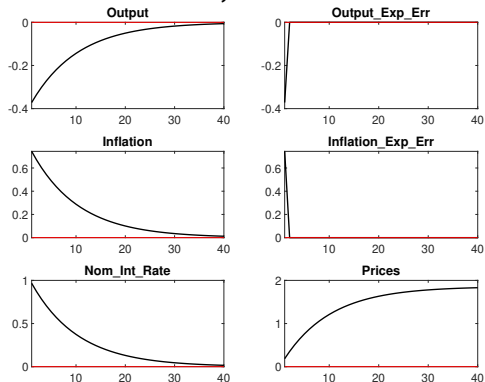


Zakotwiczone

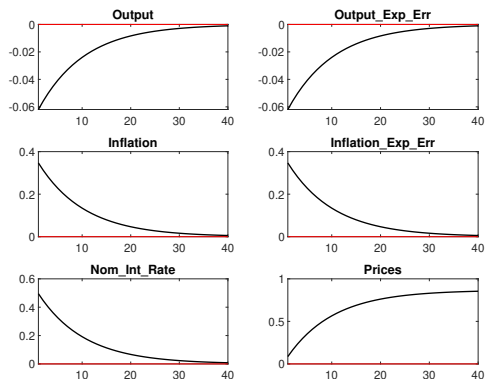


Reakcja na szok kosztowy przy różnych oczekiwaniach

Racjonalne

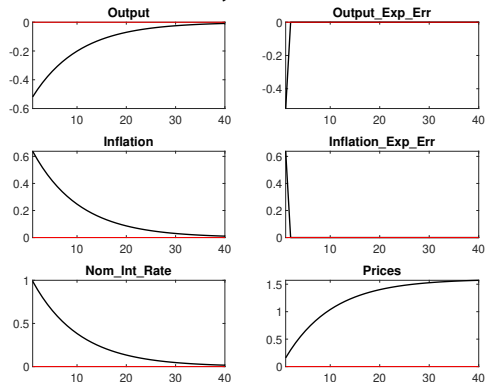


Zakotwiczone

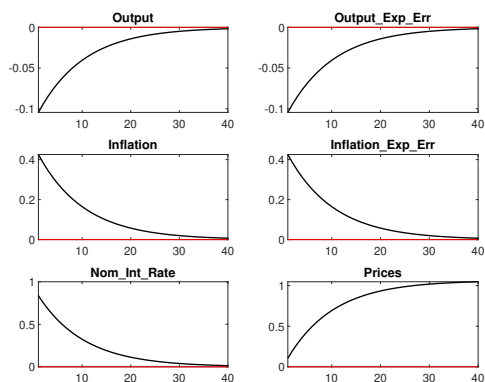


Reakcja na szok TFP przy różnych oczekiwaniach

Racjonalne



Zakotwiczone



Model NK w badaniach empirycznych i stosowanych

Wszystkie szoki wpływają na gospodarkę w kierunkach zgodnych z wynikami badań empirycznych

Podstawowy model jest zbyt prosty, aby dobrze odwzorować rzeczywistość

Standardowe rozszerzenia w empirycznych zastosowaniach:

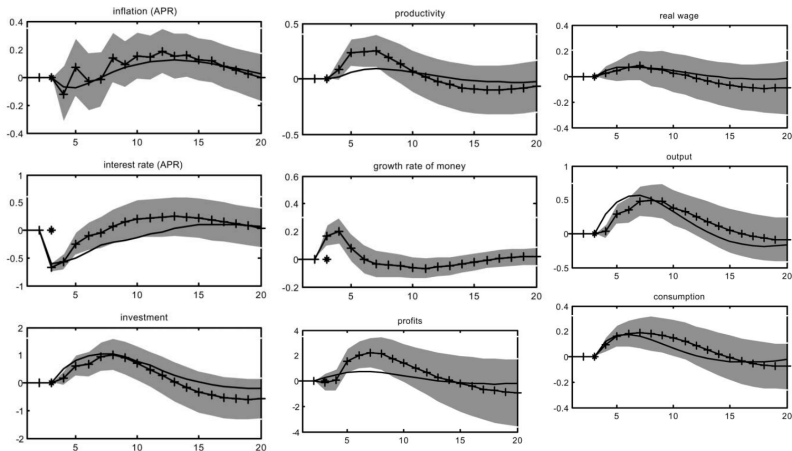
- Lepkość płac nominalnych
- Mechanizmy indeksacji cen i płac
- Koszty dostosowania opóźniają reakcję inwestycji na szoki
- Przyzwyczajenia konsumpcyjne opóźniają reakcję konsumpcji na szoki
- Komplementarność strategiczne opóźniają reakcję inflacji na szoki

Bardziej skomplikowane rozszerzenia:

- Niedoskonałość rynków finansowych: Bernanke, Gertler i Gilchrist (1999), Kiyotaki i Moore (1997), Iacoviello (2005)
- Bezrobocie: Gertler, Sala i Trigari (2008), Gali (2010)
- Heterogeniczność gosp. dom. (HANK): m. in. Kaplan, Moll i Violante (2018)

Empiryczne dopasowanie modelu NK o średniej skali

Model- and VAR-based impulse responses. Solid lines are benchmark model impulse responses; solid lines with plus signs are VAR-based impulse responses. Grey areas are 95 percent confidence intervals about VAR-based estimates.



Przykładowy rozbudowany model NK: gospodarstwa domowe

Warunki optymalności

$$\lambda_t = \varsigma_t \cdot C_t^{-\sigma}$$

$$\lambda_t = \beta E_t \left[\frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}} \lambda_{t+1} \right]$$

$$M_t^d = \nu_t^{1/\sigma} P_t C_t [(1 + i_t) / i_t]^{1/\sigma}$$

Ustalanie płac nominalnych w schemacie Calvo (zamiast $L_t = [(W_t/P_t) \lambda_t / \psi]^{1/\varphi}$)

$$\tilde{W}_t = P_t \left[\frac{\varepsilon^W}{\varepsilon^W - 1} \frac{X_{1,t}^W}{X_{2,t}^W} \right]^{1/(1+\varepsilon^W \varphi)}$$

$$X_{1,t}^W = \psi (W_t/P_t)^{\varepsilon^W (1+\varphi)} L_t^{1+\varphi} + \beta \theta^W E_t \left[(1 + \pi_{t+1})^{\varepsilon^W (1+\varphi)} X_{1,t+1}^W \right]$$

$$X_{2,t}^W = \lambda_t (W_t/P_t)^{\varepsilon^W} L_t + \beta \theta^W E_t \left[(1 + \pi_{t+1})^{\varepsilon^W - 1} X_{2,t+1}^W \right]$$

$$W_t^{1-\varepsilon^W} = \theta^W W_{t-1}^{1-\varepsilon^W} + (1 - \theta^W) \tilde{W}_t^{1-\varepsilon^W}$$

Przykładowy rozbudowany model NK: przedsiębiorstwa

Funkcja produkcji i wynagrodzenia czynników produkcji

$$Y_t = Z_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} / \Delta_t \qquad MC_t^R = \frac{1}{Z_t} \left(\frac{r_t^K}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{W_t/P_t}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha}$$

$$W_t/P_t = MC_t^R \cdot (1-\alpha) Y_t/L_t$$

$$NOS_t = Y_t - (W_t/P_t) L_t - \delta K_t$$

$$r_t^K = MC_t^R \cdot \alpha Y_t/K_t$$

$$Ret_t^K = NOS_t/K_t$$

Ustalanie cen w schemacie Calvo

$$\tilde{P}_t = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \frac{X_{1,t}}{X_{2,t}}$$

$$X_{1,t} = \lambda_t Y_t P_t^\varepsilon MC_t^R + \theta \beta E_t X_{1,t+1}$$

$$X_{2,t} = \lambda_t Y_t P_t^{\varepsilon-1} + \theta \beta E_t X_{2,t+1}$$

Dynamika poziomu cen i dyspersji cen

$$P_t^{1-\varepsilon} = \theta P_{t-1}^{1-\varepsilon} + (1-\theta) \tilde{P}_t^{1-\varepsilon}$$

$$\Delta_t = \theta \Delta_{t-1} (1 + \pi_t)^\varepsilon + (1-\theta) (\tilde{P}_t/P_t)^{-\varepsilon}$$

Przykładowy rozbudowany model NK: pozostali decydenci

Dynamika kapitału i inwestycje

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta) K_t$$

$$1 + r_t = \frac{r_t^K + (1 - \delta) q_t}{q_{t-1}}$$

$$1 = q_t \left[1 - \frac{\Psi}{2} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1 \right)^2 - \Psi \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1 \right) \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right] + E_t \left[\frac{q_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \Psi \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} - 1 \right) \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 \right]$$

Polityka fiskalna i pieniądze

$$G_t = (G/Y)_t \cdot Y_t$$

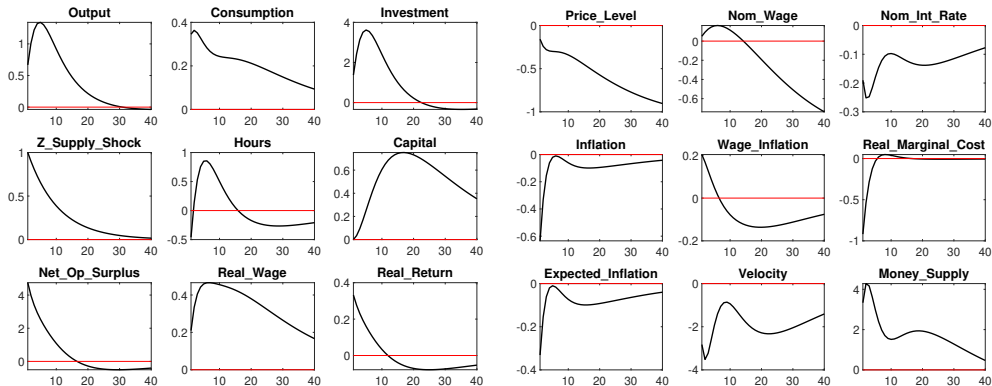
$$\dot{i}_t = \rho_i \dot{i}_{t-1} + \rho_i (\dot{i}^* + \gamma_\pi \pi_t) + \epsilon_{i,t}$$

Rachunki narodowe

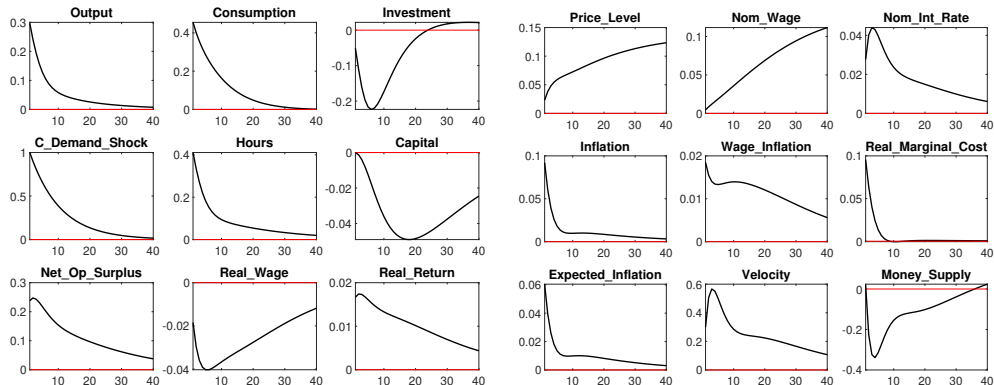
$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

Szoki, dodatkowe zmienne, itd.

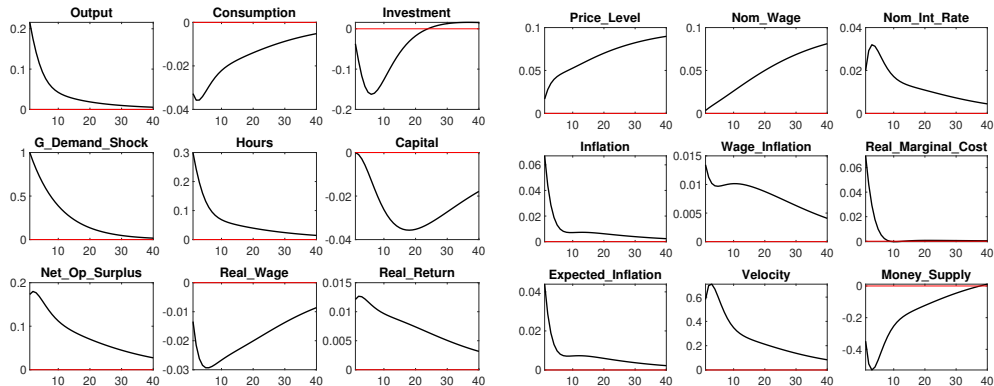
Rozbudowany model NK: pozytywny szok TFP / kosztowy



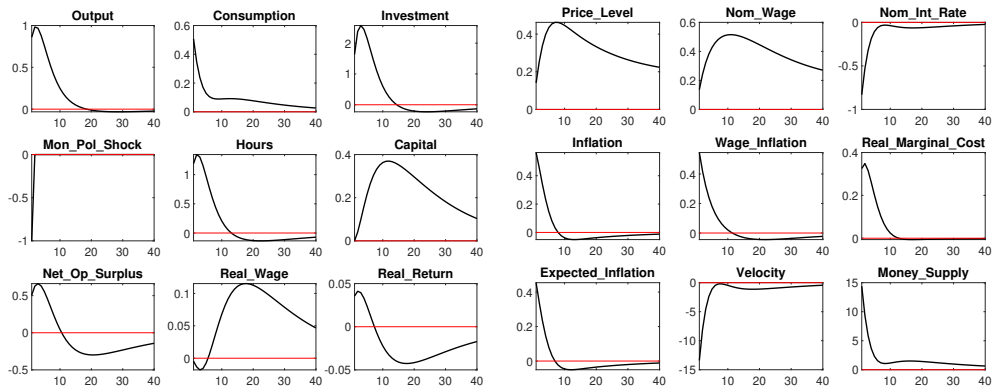
Rozbudowany model NK: wzrost popytu konsumpcyjnego



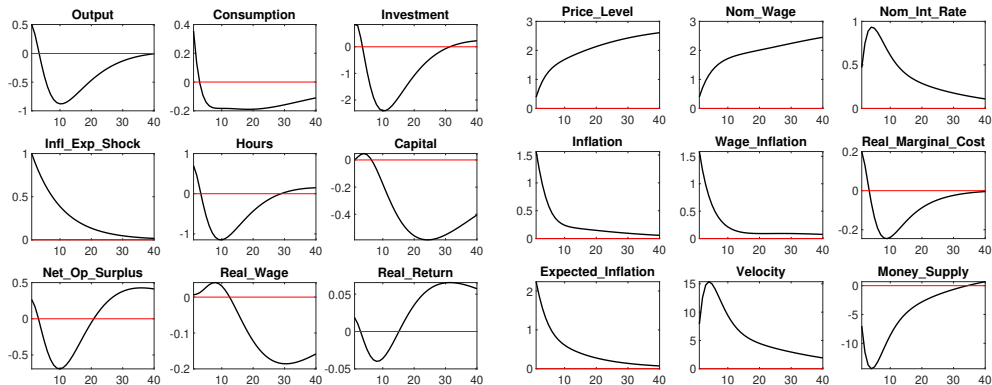
Rozbudowany model NK: wzrost wydatków rządowych



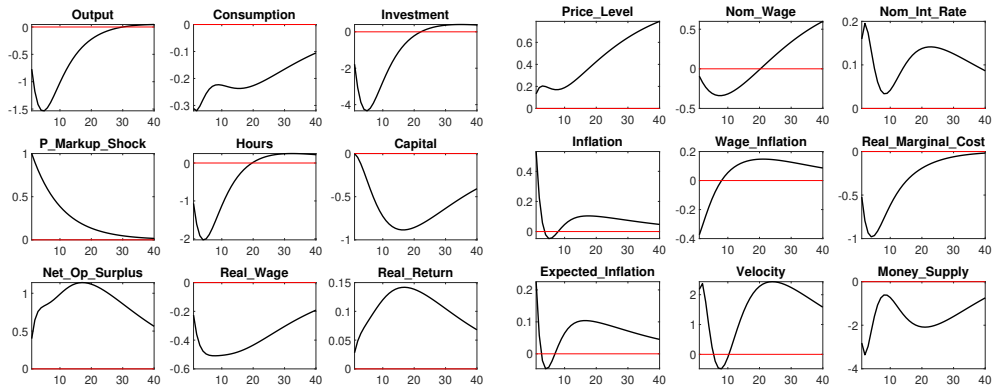
Rozbudowany model NK: złagodzenie polityki pieniężnej



Rozbudowany model NK: egzog. wzrost oczekiwań inflacyjnych



Rozbudowany model NK: wzrost marż firm („greedflacja”)



Rozbudowany model NK: wzrost marż płac

