

## Notatki: Testowanie hipotez

- I. • Hipoteza statystyczna (s.3) → populacja, parametry popul. próbą losowa  
• Test statystyczny (s.3)

- |                                   |         |                        |
|-----------------------------------|---------|------------------------|
| 1 Hipoteza zerowa ( $H_0$ )       | s.4     | } testy I i II rodzaju |
| 2 Hipoteza alternatywna ( $H_1$ ) | s.4     |                        |
| 3. obszar krytyczny               | s.4     |                        |
| 4. statystyka testowa             | - (s.9) |                        |

## II. Testy istotności (procedura)

Procedura

1. Sformułowanie  $H_0$  i  $H_{A1}$
2. Wybór statystyki testowej  $Z_n$
3. Wybór poziomu istotności  $\alpha$  (test I rodzaju) :  $P(\underbrace{\text{odracamy } H_0}_{\text{dl}} \mid \underbrace{H_0 \text{ jest prawdziwa}}_r) = \alpha$
4. Wyznaczenie obszaru krytycznego wartości  $Z_n$
5. Decyzja.  $Z_n$  należy do obszaru krytycznego →  $H_1$

### A. Populacja normalna

- |                            |                           |
|----------------------------|---------------------------|
| A. <u>znana średnia</u>    | <u>znana wariancja</u>    |
| B. <u>nieznana średnia</u> | <u>nieznana wariancja</u> |

A. (1)  $H_0: m = m_0$  → średnia o populacji

$H_0: m = 170$

(1) a)  $H_1: m \neq m_0$

b)  $H_1: m > m_0$

c)  $H_1: m < m_0$

$H_0: m \neq 170$

$H_0: m > 170$

$H_0: m < 170$

CTG

śred. z próbą  $N$

$\bar{X} \sim N(m, \frac{\sigma^2}{n})$

Jeżeli  $H_0$  prawdziwa

$\bar{X} \sim N(m_0, \frac{\sigma^2}{n})$

$U = \frac{\bar{X} - m_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$   
standard.

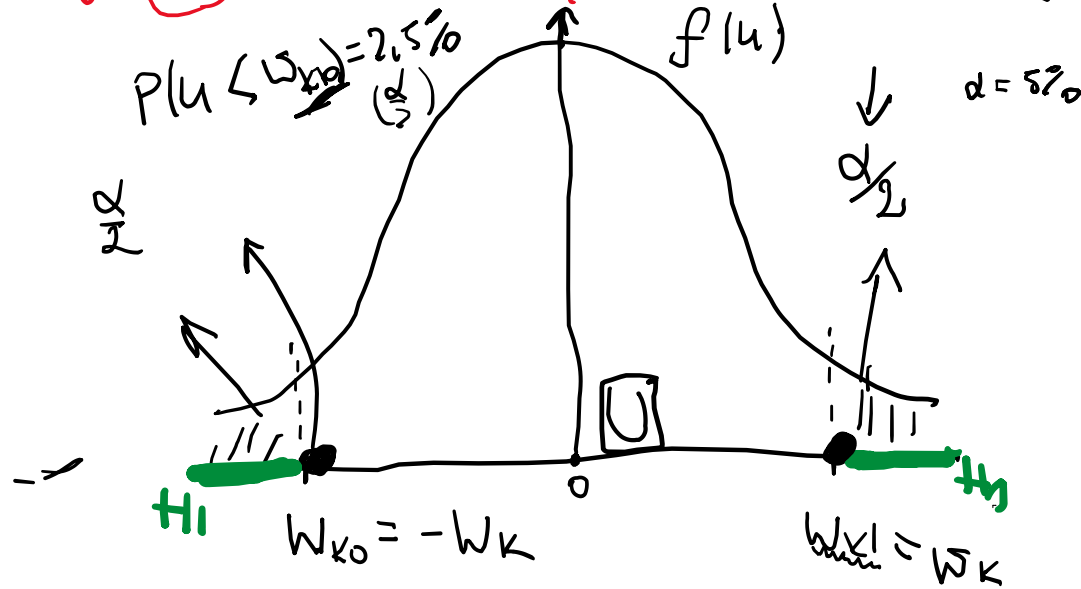
Test  
zn

(2)  $U = \frac{\bar{X} - m_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

poziom  
i stat

(3)  $\alpha = 0,05$  [ 0,01; 0,05; 0,1 ]

! (4) dla  $H_1: m \neq m_0: W_K \in P(|U| > W_K) = \alpha$



$W_{K1} = U_{\alpha/2}$

$W_{K0} = U_{1-\alpha/2}$

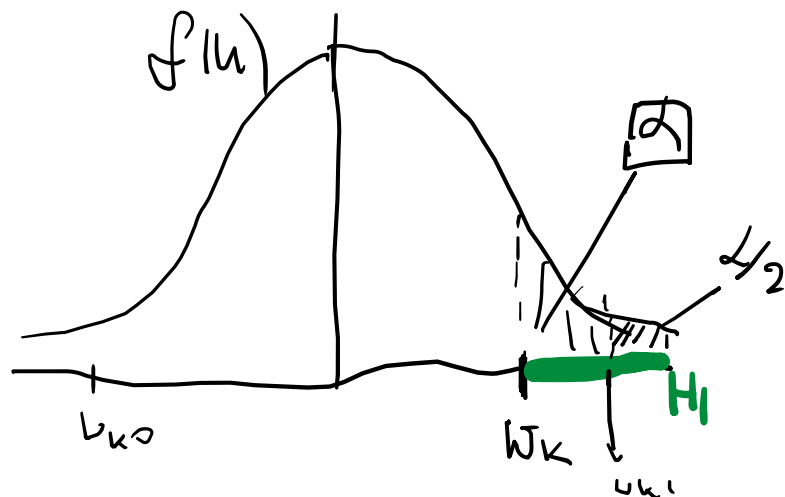
wartości krytyczne

$\pm \infty \quad P(U > \underline{W_{K1}}) = 2,5\% \quad (\frac{\alpha}{2})$

α!

$$m > 170$$

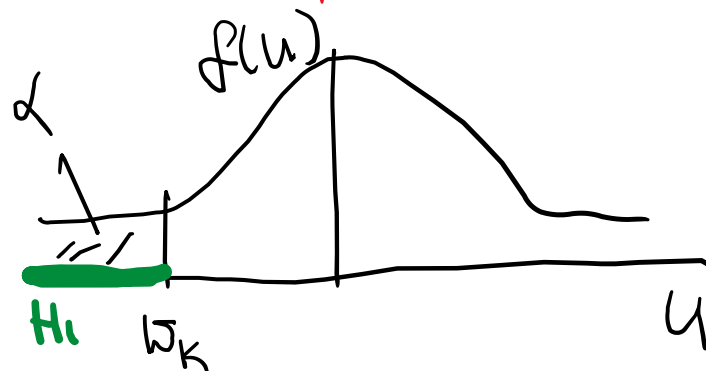
alla  $H_1: m > m_0$



$$w_k \in P(U > w_k) = \alpha$$

$$w_k = U_{1-\alpha}$$

alla  $H_1: m < m_0$



$$w_k \in P(U < w_k) = \alpha$$

$$w_k = U_\alpha = -U_{1-\alpha}$$

Przykład (Krysicki, str. 87)

• Populacja:  $X \sim N(\mu, 4)$

[znana wariancja]

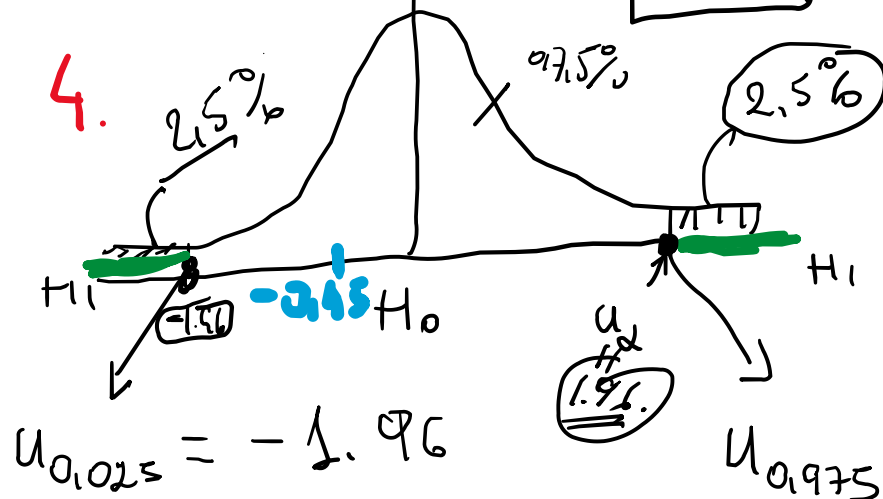
• Próba losowa:  $n=9$ ,  $\bar{x}=1.4$

✓ 1.  $H_0: \mu = 2$ ,  $H_1: \mu \neq 2$

[ $\mu_0 = 2$ ]

✓ 2. 
$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} = \frac{1.4 - 2}{\sqrt{4}} \sqrt{9} = -0.45$$

✓ 3.  $\alpha = 0.05$   $\varphi(U) \sim N(0,1)$   $\omega_k \in P(|U| < \omega_k) = 0.05$  ( $\alpha$ )!



!  $\omega_k = U_{1 - \frac{0.05}{2}} = U_{0.975}$   
( $1 - 0.025$ )

$\omega_{\alpha/2} = U_{\frac{0.05}{2}} = U_{0.025}$

Decyzja: 1)  $U = -0.45$  nie należy do obszaru krytycznego.  
2) Brak podstaw do odrzucenia  $H_0: \mu = 2$ .

Przykład.

- Populacja:  $x \sim N(m, 4)$
- Próba losowa:  $n=9, \bar{x}=1.4$

✓ 1.  $H_0: m=2, H_1: m > 2$  (test prawostronny)

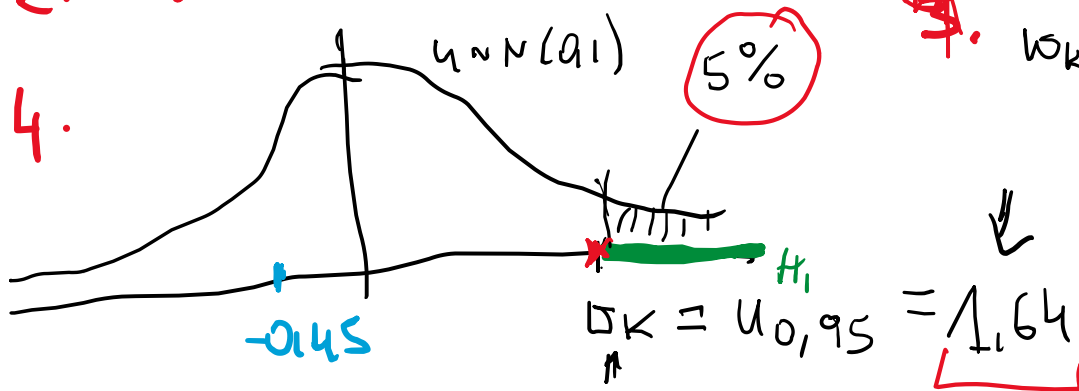
✓ 2.  $u = -0.45$

3.  $\alpha = 5\%$

4.  $w_k \in P(\underline{u} > w_k) = \underline{0.05}$

$$w_k = U_{1-0.05} = U_{0.95}$$

prawostronny,  $\alpha = 5\%$   
 $w_k = 1.64$



5.  $u = -0.45$  poza obszarem krytyczny!!  
dlatego  $H_0$

~~$u = 2.02 \rightarrow \text{nie} \in \text{OK} \rightarrow H_1$~~   
 ~~$u = 1.5 \rightarrow \text{nie} \in \text{OK} \rightarrow H_0$~~

13.

$$1. H_0: m = m_0, \quad H_1: m \neq m_0$$
$$H_1: m > m_0$$
$$H_1: m < m_0$$

nie znamy  $\sigma^2$   
(variance w pop.)

patrz  
notablii



2.\*  $t = \frac{\bar{x} - m}{s} \sqrt{n} \sim t_{n-1}$

inna statystyka tego

~~$U = \frac{\bar{x} - m}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0,1)$~~