

Zad 6/Lekcja 1

Funkcja użyteczności przeciętnej 40-latki na gazety i kawę w Inteligenckim Kraju dana jest wzorem: $U = g^{1/10} k^{9/10}$. Jej dochód miesięczny wynosi 2000zł. Proszę obliczyć jak zmieni się jej nadwyżka, jeśli cena za gazetę wzrośnie z 5 do 10zł. Ile wyniesie zmiana nadwyżki spowodowana zmianą ceny, jeśli przeciętnych 40-latek jest 1000?

Rozwiązanie:

$$p_g = 5 \rightarrow 10$$

$$\Delta CS = ?$$

Aby obliczyć ΔCS należy wyznaczyć funkcję popytu. Możemy to zrobić za pomocą równania budżetowego

$$g * p_g + k * p_k = 2000$$

$g(p_g) = \frac{2000 - k * p_k}{p_g}$, czyli mamy zbyt wiele niewiadomych => znajdziemy zależność między nimi:

$$MRS_{g/k} = -\frac{p_g}{p_k} \Leftrightarrow -\frac{dU_g}{dU_k} = -\frac{p_g}{p_k} \Leftrightarrow \frac{1}{9} \frac{k}{g} = \frac{p_g}{p_k} \Leftrightarrow k = \frac{9 * g * p_g}{p_k}$$

Podstawiamy do równania budżetowego:

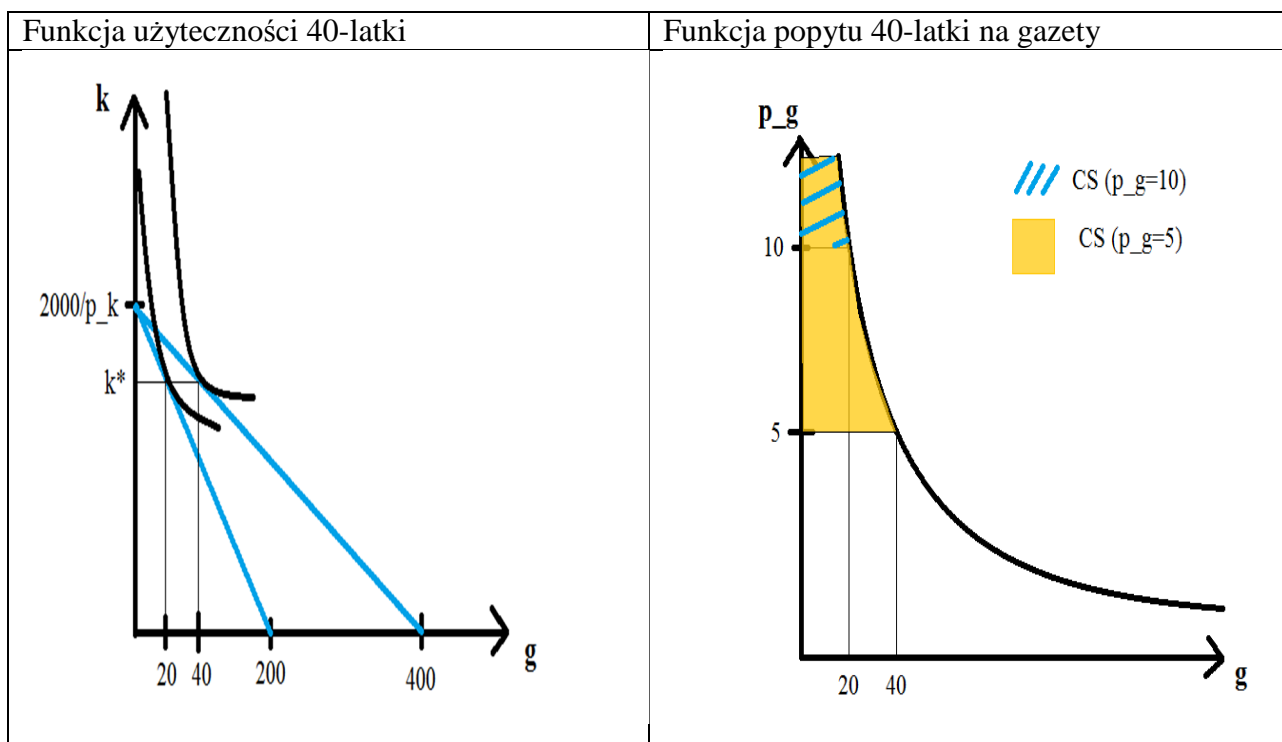
$$g * p_g + \frac{9 * g * p_g}{p_k} * p_k = 2000 \Leftrightarrow 10 * g * p_g = 2000 \Leftrightarrow g(p_g) = \frac{200}{p_g}, \text{ czyli}$$

wyznaczyliśmy funkcje popytu. Teraz można obliczyć CS:

$$\Delta CS = \int_5^{10} \frac{200}{p_g} dP_g = 200(\ln 10 - \ln 5) \approx 138,629$$

Skoro takich osób jest 1000 => $\Delta CS \approx 138629$

Aby lepiej zrozumieć cały mechanizm zilustrujmy na wykresie proces podejmowania decyzji przez pojedynczego konsumenta



$$MRS_{g/k} = -\frac{p_g}{p_k} \Leftrightarrow \frac{1}{9} \frac{k}{g} = \frac{5}{p_k} \Leftrightarrow k = \frac{45g}{p_k}$$

$$g * p_g + k * p_k = 2000 \Leftrightarrow g * 5 + \frac{45g}{p_k} * p_k = 2000 \Leftrightarrow 50g = 2000 \Leftrightarrow g = 40$$

$$\Rightarrow g(5) = 40$$

To samo należy powtórzyć dla $P_g=10 \Rightarrow g(10) = 20$

Teraz możemy wyznaczyć K:

$$40 * 5 + k * p_k = 2000 \Leftrightarrow k = \frac{1800}{p_k}$$

$$20 * 10 + k * p_k = 2000 \Leftrightarrow k = \frac{1800}{p_k}$$

Skoro $P_k = \text{const} \Rightarrow K = \text{const} \Rightarrow$ mimo że konsument ma preferencje Cobb-Douglasa, to na konsumpcję każdego dobra przeznaczają stałą część dochodu.