

ZBIÓR ZADAŃ Z MIKROEKONOMII

DLA STUDENTÓW WNE UW

Wybór i opracowanie:

Ewa Aksman, Tomasz Kopczewski
Piotr Mazurowski, Irena Topińska

PRODUKCJA

1. Kopanie dołków w piasku na nadmorskiej plaży wymaga tylko nakładów pracy. W ciągu godziny można wykopać q dołków, przy czym $q = 100(L)^{0,5}$, gdzie L to zastosowany nakład pracy.

- a) Przedstaw funkcję produkcji dołków na wykresie.
- b) Oblicz i wykreśl przeciętny produkt pracy AP_L . Wykaż, że jest on malejący.
- c) Oblicz i wykreśl krańcowy produkt pracy MP_L . Pokaż, że $MP_L < AP_L$ (dla $L > 0$)
Wyjaśnij, dlaczego taki właśnie jest kierunek nierówności.

2. Właściciel ziemski ma trzy majątki X, Y i Z. Wielkość produkcji dla tych trzech majątków, przy zatrudnieniu - odpowiednio - jednego, dwóch albo trzech pracowników jest następująca:

Liczba zatrudnionych	Majątek X	Majątek Y	Majątek Z
1	10	8	5
2	17	11	7
3	21	13	8

- a) Czy krańcowy produkt pracy w tych majątkach jest malejący?
- b) Czy przeciętny produkt pracy w tych majątkach jest malejący?
- c) Jeśli właściciel, który chce maksymalizować wielkość produkcji, miałby zatrudnić tylko trzech pracowników, to gdzie powinien skierować ich do pracy?

3. Zapisz funkcje produkcji dla następujących przypadków oraz naszkicuj odpowiadające im izokwanty.

- a) W ciągu jednej minuty dobra sekretarka pisze na komputerze sześćdziesiąt znaków. W funkcji produkcji przyjmij następujące oznaczenia: Z - łączna liczba napisanych znaków. S - liczba minut pracy sekretarki. K - liczba minut pracy komputera.
- b) Obsługa jednego klienta załatwiającego w banku prostą sprawę (wypłata gotówki, sprawdzenie stanu konta lub zdeponowanie czeku) wymaga czterech minut, przy czym równie dobrze klienta może obsłużyć kasjer jak i bankomat. Przedstawiając postać funkcji produkcji oznacz przez K liczbę obsłużonych klientów, przez B nakład kapitału (liczba godzin pracy bankomatu), a przez P nakład pracy (liczba godzin pracy kasjera).
- c) Przy wytwarzaniu Y jednostek produktu, używa się dwóch czynników w ilości K i L . Zwiększając dwukrotnie (lub ogólnie t razy) nakłady obu czynników zwiększa się dwukrotnie (t razy) wielkość produkcji, a relacja produktu krańcowego czynnika L do produktu krańcowego czynnika K jest stała i wynosi K/L . (Czy własności te określają w pełni jednoznacznie funkcję produkcji?)

4. Wyjaśnij, czy możliwe jest by izokwanty:

- a) przecinały się,
- b) były nieciągłe,
- c) były rosnące,
- d) były malejące i wklęsłe.

5. Funkcja produkcji pewnej firmy jest dana równaniem $q = 4x^{3/5}y^{1/5}$. Czy to prawda, że:

- a) spadek nakładów czynnika x o 1% wywoła spadek produkcji o 0.6%?
- b) wzrost nakładów czynnika y o 5 jednostek spowoduje wzrost produkcji o 1 jednostkę?

- c) zwiększanie nakładów czynnika x daje większy przyrost produkcji niż zwiększanie nakładów czynnika y?
- d) relacja nakładów x do nakładów y wynosi dokładnie tyle, ile relacja produktu krańcowego x do produktu krańcowego y?

6. Funkcję produkcji pewnego przedsiębiorstwa można zapisać jako $Q = KL$.

Założmy, że cena produktu wynosi 1, a ceny czynników są równe i wynoszą po 2. Przedsiębiorstwo chce osiągnąć maksimum zysku (różnicy między sumą otrzymaną ze sprzedaży produktów a wyłożoną na zakup czynników). Ile każdego czynnika powinno zaangażować? Sformułuj wnioski.

7. Danych jest sześć następujących funkcji produkcji:

- a) $y = KL$;
- b) $y = \min\{2K, 3L\}$;
- c) $y = 2K + 3L$;
- d) $y = AK^aL^b$, $A, a, b > 0$;
- e) $y = aK + bL^{1/2}$, $a, b > 0$;
- f) $y = 2.5[0.3K^{1/2} + 0.7L^{1/2}]^{1.5}$.

Dla każdej z nich (i) zbadaj efekty skali, (ii) wyznacz krańcową stopę substytucji technicznej i sprawdź czy jest ona malejąca, (iii) oblicz elastyczność substytucji.

8. Udowodnij, że krańcowa stopa substytucji technicznej MRTS jest malejąca dla technologii, dla której produkty krańcowe są dodatnie i malejące, oraz krańcowy produkt pracy rośnie, gdy rosną nakłady kapitału. (*Wskazówka*: Patrz znaki pierwszych i drugich pochodnych cząstkowych funkcji produkcji. Wyraż $dMRTS/dL$ i odpowiednio $dMRTS/dK$ w zależności od w/w pochodnych oraz przeanalizuj znak wyniku.)

9. Dana jest funkcja produkcji o postaci $f(K,L) = AL^{0,3}K^{0,3}$, $A > 0$.

- a) Podaj interpretację wykładników tej funkcji oraz parametru A.
- b) Zbadaj, jakimi efektami skali odznacza się zobrazowana za pomocą tej funkcji technologia. Czy odpowiedź *zależy* od A?
- c) Zbadaj stopień jednorodności przedstawionej funkcji. Czy odpowiedź *zależy* od parametru A?
- d) Założmy, że rozpatrujemy funkcję produkcji $F(K,L) = f^2(K,L)$. Jak zmieniłoby to odpowiedzi na pytania b) i c)?
- e) Założmy, że rozpatrujemy funkcję produkcji $F(K,L) = f(K,L) + 2$. Jak zmieniłoby to odpowiedzi na pytania b) i c)?

10. Dana jest funkcja produkcji $Q = L^{0,75}K^{0,25}$, ceny czynników produkcji wynoszą odpowiednio w i v , a cena produktu p . Przedsiębiorstwo produkuje tyle, aby zmaksymalizować zysk, tj. różnicę między wartością przychodów ze sprzedaży (pQ) a poniesionymi nakładami ($wL + vK$).

- a) Oblicz, przedstawiając wszystkie kolejne działania, elastyczność substytucji czynników
- b) *Zapisz*, warunki konieczne maksymalizacji zysku $O(L, K)$ dla tego przedsiębiorstwa.
- c) Udowodnij, że dla przedsiębiorstwa maksymalizującego zysk udział łącznych płac wszystkich pracowników (wL) w wartości wytworzonego produktu (pQ) jest stały i oblicz ile on wynosi. Oblicz także jaki jest udział łącznych wynagrodzeń z tytułu użytkowania kapitału (vK).
- d) Jak zmieni się odpowiedź w c), gdy funkcja produkcji przyjmie postać $Q = L^{0,25}K^{0,75}$?
- e) Jak zmieni się ta odpowiedź, gdy funkcja produkcji przyjmie postać $Q = [(3L)^{-1} + K^{-1}]^{-1}$?

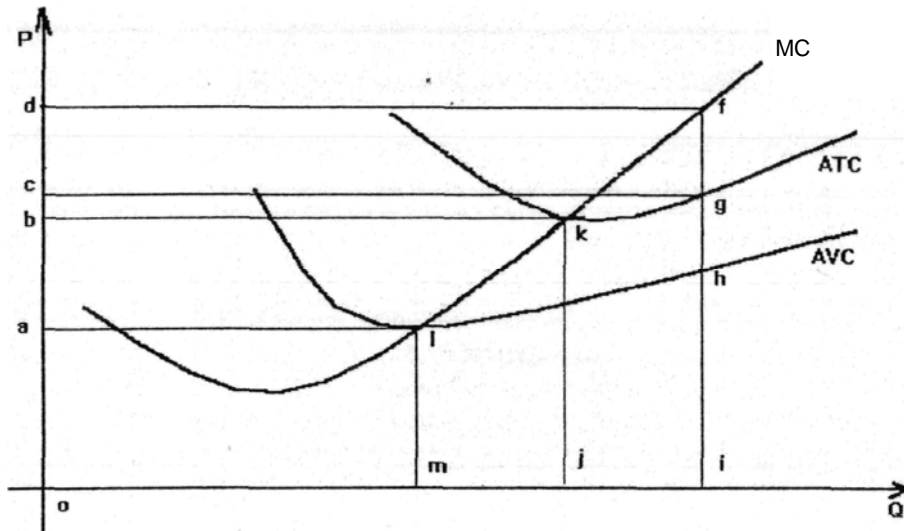
KOSZTY

1. Stałe koszty produkcji w pewnej firmie równają się 500, koszty krańcowe cały czas rosną, koszty przeciętne maleją przy produkcji do 1000 jednostek, a rosną, gdy produkcja przekroczy 1000 jednostek.
 - a) Przedstaw na wykresie krzywą kosztów krańcowych (MC), przeciętnych zmiennych (AVC) oraz przeciętnych całkowitych (AC), zaznaczając wyraźnie wszystkie charakterystyczne punkty.
 - b) Poniżej, na drugim wykresie, naszkicuj odpowiadającą im krzywą kosztów zmiennych (TVC) oraz krzywą kosztów całkowitych (TC).
2. Koszty stałe firmy wynoszą 500. Jej krótkookresowa funkcja produkcji ma postać $y = 2x^{1/2}$, gdzie x jest wykorzystywaną ilością czynnika zmiennego. Cena tego czynnika wynosi 10 franków za jednostkę. Zapisz postać krótkookresowej funkcji kosztu całkowitego rozpatrywanej firmy.
3. Funkcja produkcji przedsiębiorstwa ma postać $Q = (KL)^{0.5}$. Cena kapitału to v , a cena pracy w .
 - a) Jaka jest postać krótkookresowej funkcji kosztów tego przedsiębiorstwa, jeśli jego wyposażenie w kapitał wynosi $K = 25$, a $v = w = \$1$?
 - b) Jaka jest postać funkcji długookresowych kosztów przeciętnych tego przedsiębiorstwa?
 - c) Jakie koszty poniesie to przedsiębiorstwo wytwarzając 100 jednostek produktu, jeśli ceny czynników równe są odpowiednio $v = 4$ i $w = 16$?
4. Profesorowie Smith i Jones mają zamiar napisać podręcznik do ekonomii. Zabrali się do tego w sposób naukowy, ustalając najpierw postać funkcji produkcji: $Q = S^{0.5}J^{0.5}$, gdzie Q - liczba stron w podręczniku, $S(J)$ - liczba godzin pracy Smitha (Jonesa). Prof. Smith uważa, że jego praca warta jest $\$3/\text{godz}$. Poświęcił on już 900 godzin na przygotowanie pierwszej wersji podręcznika. Jones, którego godzina pracy warta jest $\$12$ zajmie się opracowaniem ostatecznej wersji.
 - a) Ile godzin będzie musiał poświęcić prof. Jones na przygotowanie ostatecznej wersji podręcznika liczącego stron: (i) 150, (ii) 300, (iii) 450?
 - b) Jaki jest koszt krańcowy przygotowania ostatecznej wersji podręcznika liczącego następującą ilość stron: (i) 150, (ii) 300, (iii) 450?
5. Funkcja produkcji pewnego przedsiębiorstwa ma postać $Q = K^{1/2}L^{3/2}$. Przedsiębiorstwo zatrudnia 25 jednostek K po cenie 5 i 125 jednostek L po cenie 10. Czy przedsiębiorca ten postępuje racjonalnie (minimalizuje koszty)? Jeśli nie, to:
 - a) Zatrudnienie którego czynnika powinien zwiększyć?
 - b) Ile powinien wziąć K używając 125 L ?
Ile powinien wziąć L używając 25 K ?
 - c) Ile L i K powinien zatrudnić produkując 200 jednostek Q ?
6. Funkcja produkcji pewnego przedsiębiorstwa to $Q = 100KL$. Cena K wynosi 120 zł, a cena L 30 zł. Przedsiębiorstwo ma wytworzyć 1000 jednostek produktu.
 - a) Ile jednostek czynnika K a ile L powinno zaangażować? Przedstaw rozwiązanie analityczne i graficzne.
 - b) Ile wynosi minimalny koszt produkcji?
 - c) Oblicz oraz przedstaw na wykresie (szkic), jak zmieniają się nakłady czynników, gdy cena L wzrośnie do 40 zł.
 - d) Oblicz oraz przedstaw na wykresie (szkic), jak zmieniają się nakłady czynników, gdy cena L zmniejszy się o 6 zł.

7. Dana jest funkcja produkcji Cobba-Douglasa o postaci $Q = K^a L^b$, gdzie $a + b = 1$. Ceny czynników wynoszą - odpowiednio - r oraz w . Firma minimalizuje koszty produkcji.
- Wyprowadź funkcje popytu warunkowego na L oraz na K .
 - Wyprowadź funkcję kosztów LTC dla tej funkcji. Przedstaw jej wykres.
 - Oblicz i wykreśl LAC i LMC. Sformułuj wnioski.
 - Dla funkcji o postaci jw. wyznacz STC. Omów jej własności.
8. Minimalizujące koszty przedsiębiorstwo ma funkcję produkcji $f(K,L)$, której elastyczność substytucji równa się ∞ .
- Wykaż, odwołując się do wykresu, że - jeśli wybór optymalnych nakładów jest jednoznaczny - przedsiębiorstwo będzie używać wyłącznie jednego czynnika produkcji. Zapisz warunek określający, który z czynników będzie wykorzystywany.
 - Jak w tym przypadku będzie wyglądać ścieżka ekspansji?
 - Zapisz funkcję kosztów dla takiego przedsiębiorstwa.
9. Przy produkcji dobra D zużywa się czynniki x , y , z . a funkcja produkcji ma postać $D(x,y,z) = \min\{2x, (2y+4z)\}$. Ceny czynników wynoszą $P_x = 30$, $P_y = 20$, $P_z = 5$, a wielkość produkcji $D = 200$. De czynników x , y oraz z należy zużyć minimalizując koszty? Jakie są korzyści skali produkcji?
10. Dana jest funkcja produkcji o postaci $y=f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\min\{(x_1+x_2),(x_3+x_4)\}$ oraz ceny czynników w_1,w_2,w_3,w_4 . Znajdź postać funkcji kosztów długookresowych przedsiębiorstwa.
11. Firma posiada dwie fabryki wytwarzające ten sam produkt. Funkcje kosztów dane są równaniami: $TC(y_1)=2y_1^2+80$ i $TC(y_2)=6y_2^2+50$. Plan produkcji zakłada wytworzenie łącznie 40 jednostek y , a firma stara się zminimalizować koszty produkcji. Ile jednostek dobra y powinna wyprodukować w każdym z zakładów?
12. Przedsiębiorstwo ma dwa zakłady o następujących funkcjach kosztów: (1) $c_1(y_1)=3y_1^2$, (2) $c_2(y_2)=y_2^2$.
- W którym zakładzie krańcowe koszty produkcji są niższe?
 - Jaką część produkcji łącznej y powinien wytwarzać zakład (1) a jaką zakład (2) przy założeniu, że przedsiębiorstwo stara się minimalizować łączne koszty?
 - Wyprowadź funkcję całkowitych kosztów tego przedsiębiorstwa.
13. Przedsiębiorca zakupił dwie fabryki butów. Buty produkowane w każdej z fabryk są identyczne, a funkcje produkcji dane są jako $Q=(K_i L_i)^{0.5}$, $i=1, 2$. Fabryki różnią się wyposażeniem w kapitał: $K_1=25$, a $K_2=100$. Ceny użytkowania K i L są jednakowe i wynoszą $v=w=\$1$.
- Przedsiębiorca chce minimalizować koszty całkowite w krótkim okresie. Jak powinien rozdzielić produkcję między fabrykę 1 i 2?
 - Wyznaczyć STC, SAC, i SMC przy założeniu że produkcja została optymalnie rozdzielona
 - Jaka byłaby alokacja produkcji między obie fabryki w długim okresie?
 - Jaka byłaby odpowiedź na pytanie c) gdyby funkcje produkcji (identyczne) obu fabryk charakteryzowały malejący przychody skali?
14. Firma zamierza rozpocząć wytwarzanie dobra H w oparciu o technologię opisaną funkcją $H=(KL)^{0.5}$. Możliwe są dwie lokalizacje: w kraju G , gdzie ceny czynników wynoszą $r=w=8$ lub w kraju F , gdzie $r=9$, a $w=7$. W którym kraju powinna ulokować produkcję firma minimalizująca koszty? Przedstaw rozwiązanie analitycznie oraz naskicuj odpowiedni wykres.

KONKURENCJA DOSKONAŁA

1. Poniższy wykres przedstawia sytuację przedsiębiorstwa funkcjonującego w warunkach konkurencji doskonałej w krótkim okresie. Podane są krzywe kosztu krańcowego (MC), kosztu przeciętnego całkowitego (ATC) i kosztu przeciętnego zmiennego (AVC). Cena równowagi rynkowej kształtuje się na poziomie d.



Wskaż na wykresie:

- koszt całkowity produkcji występujący przy maksymalnym poziomie zysku;
 - całkowity zysk ekonomiczny odpowiadający optymalnym rozmiarom;
 - poziom ceny, przy której przedsiębiorstwo przerwie produkcję;
 - całkowity utarg przy poziomie produkcji 'oj';
 - cenę równowagi w długim okresie.
- Firma funkcjonująca w warunkach wolnej konkurencji ma funkcję krótkookresowych kosztów całkowitych $STC(q) = 3q^3 - 6q^2 + 28q + 72$. Przy jakiej cenie firma ta zaprzestanie produkcji? Jaka jest postać jej funkcji podaży?
 - Firma wytwarza produkt Q używając wyłącznie czynnika L, zgodnie z zależnością $Q = 2(L)^{0.5}$. Jednostkowa cena produktu finalnego wynosi p, a jednostkowa cena czynnika L to w. Jaką postać ma funkcja podaży tej firmy?
 - Funkcja podaży na rynku doskonale konkurencyjnym jest dana wzorem $Q(p) = 100p$. Jaka jest funkcja kosztu całkowitego (TC) typowego przedsiębiorstwa na tym rynku, jeśli przedsiębiorstw tych jest 200 i koszty stałe w każdym z nich wynoszą 30 zł?
 - Na doskonale konkurencyjnym rynku działa 100 identycznych przedsiębiorstw. Każde z nich ma krzywą krótkookresowych kosztów całkowitych $STC(q) = (1/300)q^3 + 0.2q^2 + 4q + 10$.
 - Jaka jest krzywa krótkookresowej podaży każdego przedsiębiorstwa?
 - Przedstaw równanie krzywej krótkookresowej podaży całej gałęzi;
 - Oblicz cenę i ilość równowagi na omawianym rynku przy założeniu, że zagregowany popyt jest opisany funkcją $Q(p) = -200p + 8000$.

6. Podaż i popyt na rynku doskonale konkurencyjnym równoważą się przy cenie wynoszącej 30 zł. Jeżeli minimum długookresowych kosztów przeciętnych typowego przedsiębiorstwa także wynosi 30 zł to, czy:
- cena równa się kosztom krańcowym typowego przedsiębiorstwa?
 - zyski typowego przedsiębiorstwa wynoszą zero?
 - cały rynek osiąga długookresową równowagę?
7. Jaka jest długookresowa funkcja podaży przedsiębiorstwa konkurencyjnego, w którym:
- długookresowa funkcja kosztu przeciętnego ma postać $LAC(q) = q^2 - 20q + 300$?
 - długookresowa funkcja kosztu krańcowego ma postać $LMC(q) = q^2 - 20q + 300$?
8. W konkurencyjnej gałęzi wszystkie firmy mają identyczne długookresowe funkcje kosztów $LTC(q) = y^2 + 16$. W długim okresie funkcja popytu na produkty tej gałęzi ma postać $D(p) = 2000 - p$. W warunkach długookresowej równowagi, ile firm będzie działało w tej gałęzi?
9. Przemysł rowerowy składa się ze 100 firm o długookresowych krzywych kosztów $c(y) = 2 + (y^2/2)$ oraz ze 120 firm o długookresowych krzywych kosztów $c(y) = y^2/10$. Do przemysłu tego nie mogą wejść nowe firmy. Jaka jest długookresowa krzywa podaży tej gałęzi przy cenie wyższej niż 2?
10. Amerykańska pszenica produkowana jest w doskonale konkurencyjnych warunkach. Długookresowa krzywa przeciętnych kosztów pojedynczego farmera ma kształt litery U. Krzywa ta osiąga minimum przy produkcji 1000 buszli i cenie \$3 za buszel
- Jeżeli rynkowa krzywa popytu na pszenicę ma postać $Q_D = 2\,600\,000 - 200\,000p$, to jaka ustali się cena, ilość równowagi oraz liczba farm na rynku w długim okresie?
 - Załóżmy, że krzywa popytu rynkowego przesuwana się w górę przyjmując postać $Q_D = 3\,200\,000 - 200\,000p$. Jeżeli farmerzy nie mogą w krótkim czasie zwiększyć produkcji, to jaka ustali się nowa cena pszenicy? Jakie zyski osiągnie w takiej sytuacji przeciętny farmer?
 - Jakie są parametry nowej równowagi długookresowej na rynku pszenicy, czyli cena buszla pszenicy, wielkość produkcji całej gałęzi oraz liczba farm w tej gałęzi?
 - Przedstaw graficzną analizę zadania.
11. Przedstaw w jaki sposób w krótkim czasie wpłyną na optymalne rozmiary produkcji przedsiębiorstwa konkurencyjnego następujące posunięcia rządu:
- obciążenie zysku podatkiem zryczałtowanym w wysokości T;
 - nałożenie podatku ad valorem proporcjonalnego do poziomu zysku (stawka s);
 - wprowadzenie podatku od ilości (kwota t).
12. W konkurencyjnej gałęzi działa 10000 jednakowych firm posiadających koszty produkcji, które opisuje funkcja $TC(q) = 100 + q^2$. Wprowadzony zostaje podatek ryczałtowy w wysokości 300 od każdej aktywnej firmy. Załóż pełną swobodę wyjścia i wejścia do gałęzi. Jaki będzie rezultat wprowadzenia tego podatku w długim okresie?
13. Co w drugim okresie spowoduje podatek nałożony na produkt wytwarzany w gałęzi wolnokonkurencyjnej z malejącymi kosztami zewnętrznymi (np. cena czynnika maleje wraz ze wzrostem produkcji gałęzi)?

14. W konkurencyjnej gałęzi funkcje kosztów typowej firmy mogą być opisane następującymi wzorami $LAC(q) = 25/q + q$, a $SMC(q) = 4q - 10$. Popyt na dobro produkowane w tej gałęzi określony jest wzorem $Q(P) = 510 - P$.

- a) Określ warunki równowagi na tym rynku (ilość i cenę równowagi oraz liczbę firm na nim działających).
- b) Rząd niespodziewanie nakłada podatek od sprzedaży w wysokości 5 zł. za sztukę. Określ jak zmieniają się w takim przypadku warunki równowagi w następujących okresach:
 - i. bardzo krótki (stała wielkość produkcji oraz stała ilość firm);
 - ii. krótki (stała ilość firm);
 - iii. długi.
- c) Określ jak wprowadzenie powyższego podatku wpłynie na sytuację konsumentów i producentów w tych trzech okresach.
- d) Załóżmy z kolei, że popyt nagle się przesunął i określa go teraz funkcja $Q(P) = 500 - 2P$. Jak zmieni to warunki równowagi długookresowej, o których mowa w punkcie a)?

15. Pewne przedsiębiorstwo działające w warunkach wolnej konkurencji posiada trzy fabryki charakteryzujące się następującymi funkcjami kosztów całkowitych:

$$TC_1 = 100 + (2q^2)/1000,$$

$$TC_2 = 200 + (2q^2)/1000,$$

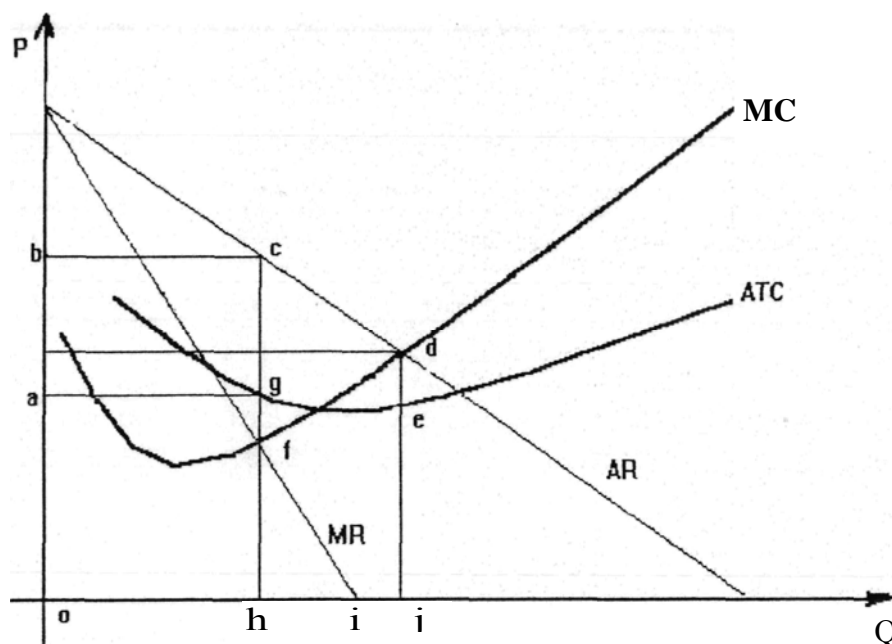
$$TC_3 = 100 + (q^2)/1000.$$

Wyroby przedsiębiorstwa sprzedawane są na rynku wolnokonkurencyjnym po cenie 1 zł za sztukę.

- a) Jaki warunek musi być spełniony, aby omawiane przedsiębiorstwo miało najniższy jednostkowy koszt produkcji?
- b) Jaki jest optymalny poziom produkcji przedsiębiorstwa? Ile wynosi wówczas zysk całkowity tego przedsiębiorstwa?
- c) Jaki jest optymalny poziom produkcji przedsiębiorstwa, gdy poszczególne fabryki decydują o wielkości własnej sprzedaży? Oblicz zysk całkowity przedsiębiorstwa w takiej sytuacji.

MONOPOL

1. Poniższy wykres przedstawia sytuację przedsiębiorstwa funkcjonującego w monopolistycznej strukturze rynkowej. Krzywe MC, ATC, AR i MR oznaczają odpowiednio koszt krańcowy, przeciętny koszt całkowity, utarg przeciętny i utarg krańcowy.



Wskaż na wykresie:

- produkcję maksymalizującą zysk;
- cenę maksymalizującą zysk;
- koszt całkowity, gdy przedsiębiorstwo osiąga maksimum zysku;
- zysk monopolisty w równowadze.

2. Dla produkcji odpowiadającej równowadze monopolisty:

- a) $MC=MR$ b) $MC=AR$ c) $MC=ATC$ d) $ATC=AR$ e) $ATC=MR$

3. Warunek społecznego optimum można zapisać jako:

- a) $MC=MR$ b) $MC=AR$ c) $MC=ATC$ d) $ATC=AR$ e) $ATC=MR$

4. Popularny autor zamierza sam zająć się publikacją i sprzedażą swojej nowej książki. Zakłada on, że popyt na jego książkę będzie wyrażać się funkcją $Q=2000-100p$. Wie, że koszty związane z uruchomieniem druku wynoszą \$1000, a koszt krańcowy wydrukowania i kolportażu każdego egzemplarza wynosi \$4. Ile egzemplarzy książki i po jakiej cenie powinien sprzedać autor, aby maksymalizować zysk? Jakiego zysku może spodziewać się w sytuacji optymalnej?

5. Funkcja popytu na produkt wytwarzany przez monopolistę dana jest wzorem: $Q = 65 - (p/2)$. Funkcja jego kosztów całkowitych wynosi $TC = A + 10Q$, gdzie A jest kosztem stałym. Jaka jest maksymalna wielkość A, przy której monopolista będzie skłonny podjąć produkcję?

6. Wyjaśnij dlaczego monopolista nigdy nie wybierze poziomu produkcji Q, przy którym popyt jest nieelastyczny, czyli gdy wartość bezwzględna cenowej elastyczności popytu jest mniejsza od jedności. [Wskażówka: Odwołaj się do równania przedstawiającego zależność między kosztem krańcowym (MC), ceną produktu (p) oraz cenową elastycznością popytu (E_p) w punkcie maksimum zysku monopolisty.]

7. Monopolista produkuje przy stałym poziomie kosztów przeciętnych i krańcowych wynoszących $AC = MC = 5$. Funkcja popytu na jego wyroby ma postać $Q = 53 - P$.
- Jaki jest poziom ceny i produkcji dający monopolistę maksimum zysku? Ile wynosi zysk monopolisty?
 - Ile wynosiłaby produkcja dostarczana na rynek w warunkach konkurencyjnych?
 - Ile równałaby się nadwyżka konsumenta w warunkach konkurencyjnych? Sprawdź, że przewyższałaby ona sumę zysków monopolisty i nadwyżki konsumentów powstającej w warunkach monopolu.
 - Jak duża jest bezpowrotna strata społeczna związana z pełną monopolizacją rynku w omawianym przypadku?
8. Monopolista charakteryzujący się stałymi kosztami krańcowymi i napotykający na krzywą popytu o stałej cenowej elastyczności nie stosuje dyskryminacji cenowej. Jeżeli rząd nałoży podatek w wysokości 1 PLN za jednostkę towaru sprzedawanego przez monopolistę, to czy monopolista zwiększy cenę o więcej niż 1 PLN za jednostkę?
9. Załóżmy, że funkcja popytu rynkowego jest liniowa i przyjmuje postać $p = a - bQ$, ($a, b > 0$). W gałęzi działa monopolista produkujący przy stałych kosztach krańcowych. Oblicz o ile w takich warunkach wzrośnie cena, wskutek nałożenia podatku w wysokości t na każdą jednostkę wytwarzanego produktu.
10. W zmonopolizowanej gałęzi funkcja popytu przyjmuje postać $Q = 12 - p$, a funkcja kosztów całkowitych $TC = q^2$. Ile wynoszą cena p i wielkość produkcji Q maksymalizujące zysk monopolisty? Ile wynoszą cena p i poziom produkcji Q maksymalizujące zysk przy:
- nałożeniu na zysk podatku zryczałtowanego w wysokości 10 PLN?
 - nałożeniu podatku w wysokości 2 PLN od każdej wyprodukowanej jednostki?
11. Wykaż, że warunkiem koniecznym maksymalizacji zysku monopolisty dostarczającego wyroby na dwa odrębne rynki o różnych funkcjach popytu jest $MR_1 = MR_2 = MC$.
12. Funkcja kosztów całkowitych monopolisty wynosi $TC(Q) = 30Q$, a funkcja popytu na jego produkt $Q = 1000/P^3$.
- Oblicz cenę sprzedaży, wielkość produkcji i poziom zysku tego monopolisty.
 - Określ warunki równowagi monopolisty po hipotetycznym wprowadzeniu przez rząd dotacji do sprzedaży w wysokości 20 PLN do każdej sprzedanej sztuki.
 - Określ warunki równowagi po hipotetycznym wprowadzeniu przez rząd podatku od sprzedaży w wysokości 20 PLN od każdej sprzedanej sztuki.
 - Porównaj jak wprowadzenie powyższych instrumentów polityki gospodarczej wpłynęłoby na dobrobyt społeczny (przedstaw rozwiązanie graficzne problemu).
13. Funkcja popytu na produkt monopolisty przyjmuje postać $Q = 100 - 2p$, gdzie p jest jednostkową ceną sprzedaży. Całkowite koszty produkcji wyraża zależność $TC = 2Q$.
- Jaka wielkość produkcji da monopolistę maksimum zysku i ile ten zysk wyniesie?
 - Ile powinien produkować monopolista w sytuacji, gdy ma możliwość doskonałego różnicowania cen sprzedaży swojego produktu? Czy osiągnie on wówczas większe zyski?

14. W pewnym kraju istnieją tylko dwa miasta A i B. W obu miastach konsumuje się wyłącznie daktyle. Popyt na daktyle w mieście A wynosi $q = 200 - p$. Popyt na daktyle w mieście B spełnia natomiast równość $q = 300 - p$. W tym kraju funkcjonuje monopolista mający następującą funkcję kosztu produkcji daktyli $C(q) = q^2$.
- Jeżeli monopolista traktuje miasta A i B jako oddzielne rynki zbytu, to jaka będzie cena i ilość produkcji na każdym rynku?
 - Gdyby konsumenci w obu miastach mieli możliwość zakupu daktyli po cenie 200 pesos od innego producenta, to jak zmieniłoby się zachowanie monopolisty?
 - Jeżeli monopolista nie może stosować dyskryminacji cenowej, ale musi traktować cały kraj jako pojedynczy rynek zbytu, to jaka będzie cena i ilość równowagi na tym rynku?
15. Monopolista może wytwarzać każdą ilość produktów przy stałych kosztach krańcowych i przeciętnych równych \$5 na jednostkę. Załóż, że może on również dostarczyć swoje wyroby na dwa odległe od siebie rynki, na których funkcje popytu wynoszą odpowiednio $Q_1 = 55 - P_1$, a $Q_2 = 70 - 2P_2$.
- Przy założeniu pełnej odrębności rynków, ile monopolista powinien sprzedawać na każdym z rynków i po jakiej cenie, aby maksymalizować swój zysk? Ile w takiej sytuacji wyniesie jego zysk maksymalny?
 - Jaka byłaby odpowiedź na pytania z punktu (a) w przypadku, gdyby nabywcy mogli przewozić towary z jednego rynku na drugi, co kosztowałoby \$5 od sztuki?
 - Jaka byłaby odpowiedź przy założeniu, że transport towarów między dwoma rynkami jest swobodny i nie wiąże się z żadnymi kosztami?
16. Fabryka Samochodów Małolitrażowych produkowała w Polsce samochód Fiat 126p (malucha). Na rynku wewnętrznym sprzedawała go będąc monopolistą. Za granicą sprzedawała ten samochód konkurując z innymi producentami. Ponieważ popyt krajowy na Fiata 126p był trzy razy mniej elastyczny od popytu na rynku zagranicznym, to FSM różnicowała cenę zbytu w zależności od rynku sprzedaży. Jeżeli cenowa elastyczność popytu na rynku zagranicznym wynosiła $e = -6$, a cena sprzedaży $P = \$6000$, to jaka była cena tego samochodu na rynku krajowym?
17. Właściciel filharmonii stwierdził, że popyt studentów na bilety na koncerty jest bardziej elastyczny niż innych melomanów. Postanowił on więc sprzedawać studentom bilety po ulgowej cenie. Czy postąpił słusznie? Odpowiedź dokładnie uzasadnij.
18. Odbiorcami energii elektrycznej są dwie grupy gospodarstw domowych. Pierwsza zużywa energię wyłącznie na własne potrzeby konsumpcyjne. Elastyczność popytu dla tej grupy wynosi -1.5, a zużycie miesięczne każdego gospodarstwa 100 jednostek. Do drugiej grupy należą gospodarstwa wykorzystujące energię również i na cele produkcyjne. Elastyczność popytu dla tej grupy równa się -3. Jaką strategię cenową powinna zastosować jedyna w okolicy elektrownia przy założeniu, że nie jest ona w stanie ustalić, do której grupy odbiorców zaliczają się poszczególne gospodarstwa domowe.
19. Linie lotnicze stosują następujące taryfy: (i) dla podróżnych w wieku ponad 65 lat niższą niż dla pozostałych, (ii) dla podróżujących w nocy niższą niż dla podróżujących w dzień. Przeanalizuj, z jakiego rodzaju różnicowaniem cen mamy do czynienia w każdym przypadku.

TEORIA GIER

1. Rozpatrzmy macierz wypłat z następującej jednoczesnej gry (jako pierwsze podawane są wypłaty dla gracza A):

		Firma B	
		I	II
Firma A	I	10,8	3,10
	II	12,0	4,4

- Czy macierz ta opisuje przypadek „dylematu więźnia”?
- Jaka jest równowaga Nash’a w tej grze (w strategiach czystych)?

2. Dana jest gra w postaci macierzowej:

		Gracz B	
		I	II
Gracz A	I	-6,-5	10,5
	II	5,10	-5,-6

- Jeśli jest to gra jednoczesna to jaka ustali się równowaga Nash’a w tej grze (w strategiach czystych)?
- Jeśli gracz A pierwszy wybiera strategię, jaka będzie równowaga tej gry?
- Jeśli gracz B pierwszy wybiera strategię, jaka będzie równowaga tej gry?

3. Dwie firmy C i D konkurują na pewnym rynku. Każda z nich ma dwie strategie, a macierz wypłat jest następująca:

		Firma C	
		I	II
Firma B	I	8, 5	4, 7
	II	6, 9	3, 8

- Czy firma C ma strategię dominującą? Jeżeli tak, to jaką?
- Czy firma D ma strategię dominującą? Jeżeli tak, to jaką?
- Jaki będzie wynik tej gry?

4. Korporacja Superinkaust musi zdecydować czy rozpocząć kampanię reklamową swoich wiecznych piór. Jeżeli jej rywal na rynku – korporacja Uniflamaster – będzie reklamować swój produkt (długopisy), Superinkaust osiągnie zysk \$4mln, jeżeli zdecyduje się na reklamę lub \$2 mln jeżeli zrezygnuje z reklamy. Z kolei jeśli Uniflamaster nie będzie reklamować swoich długopisów, to Superinkaust osiągnie zysk \$5 mln jeśli będzie reklamować lub \$3 mln jeśli nie będzie reklamować swoich produktów. Czy na podstawie podanych informacji można określić macierz wypłat? Jeśli tak, to jaka ona jest? Czy korporacja Superinkaust ma strategię dominującą?

5. Korporacja Uniflamaster, z poprzedniego zadania, musi się zdecydować czy rozpocząć kampanię reklamową swoich długopisów. Jeżeli jej rywal na rynku – korporacja Superinkaust – będzie reklamować swój produkt, Uniflamaster osiągnie zysk \$5 mln jeśli będzie reklamować lub \$3 mln jeśli nie będzie reklamować swoich produktów. Czy na podstawie informacji podanych w tym i w poprzednim zadaniu można określić macierz wypłat? Jeśli tak, to jaka ona jest? Czy obie firmy mają strategię dominującą? Czy istnieje równowaga Nash’a tej gry? Jeśli tak, to jaka ona jest.

6. W następującej grze znajdź strategie, które pozostają w wyniku eliminacji strategii zdominowanych. Znajdź równowagi Nash’a (w strategiach czystych).

		Gracz B		
		Lewo	Środek	Prawo
Gracz A	Góra	2,0	1,1	4,2
	Środek	3,4	1,2	2,3

Dół	1,3	0,2	3,0
-----	-----	-----	-----

7. W grze macierzowej przedstawionej poniżej, w której pierwsza wypłata z pary jest dla gracza A, a druga wypłata dla gracza B (a, b, c, d) są dodatnimi stałymi. Jeżeli w równowadze Nash'a gracz A wybiera strategię „Dół”, a gracz B strategię „Prawo”, to jakie warunki muszą spełniać stałe a, b, c, d ?

		Gracz B	
		Lewo	Prawo
Gracz A	Góra	1, a	b, 1
	Dół	1, c	d, 1

8. Dwóch sprzedawców napojów orzeźwiających ma pozwolenie na ich sprzedaż na plaży długości 1km. Każdy z nich może wziąć ze sobą na plażę dowolną liczbę puszek napojów, które sprzedają po ustalonej, jednakowej cenie. Załóżmy, że konsument kupi napój od sprzedawcy będącego bliżej niego.
- Jaka ustali się równowaga tej gry, tzn. jakie miejsca na plaży wybiorą obaj sprzedawcy? Opisz mechanizm dochodzenia do równowagi. Czy będzie to równowaga stabilna? (Wskazówka: załóż że sprzedawcy wybrali początkowo pewne miejsca na plaży i zastanów się kiedy któremuś z nich opłaca się zmienić miejsce sprzedaży napojów.)
 - Gdyby na tej plaży było trzech sprzedawców napojów, to jaka byłaby równowaga?
 - Gdyby ta plaża była na brzegu jeziora w kształcie koła, to jaka byłaby równowaga z dwoma sprzedawcami, a jaka z trzema sprzedawcami?
9. Dwaj gracze debatuja nad podziałem jednego dolara. Obydwaj jednocześnie uważają jaką część dolara chcieliby dostać: s_1 i s_2 , gdzie $0 < s_1, s_2 < 1$. Jeżeli suma określonych przez nich udziałów jest mniejsza lub równa jeden, każdy z graczy dostaje pożądaną przez siebie część. Jeżeli suma udziałów jest większa od jednego żaden z nich nie dostaje nic. Jaka jest równowaga Nash'a tej gry.

OLIGOPOL

1. Firmy A i B są jedynymi producentami pewnego homogenicznego dobra. Przychód krańcowy firmy A wynosi $100 - 8(Q_A + Q_B)$, gdzie Q_A i Q_B są wielkościami produkcji firm A i B odpowiednio. Jeżeli koszt krańcowy firmy A jest równy \$4, to jaka jest krzywa reakcji firmy A. jeśli firmy konkurują ilościowo?
2. Duopol napotyka następującą krzywą popytu $p = 160 - 2q$. Obydwie firmy mają stały koszt przeciętny w wysokości \$10. Jaką ilość będzie każdy z duopolistów sprzedawać w równowadze Cournot?
3. Pewna gałąź przemysłowa jest opanowana przez dwie firmy operujące przy stałym koszcie jednostkowym równym \$10. Funkcja popytu jest postaci $q = 1000000/p$. Jaka będzie cena równowagi na tym rynku i ilości produkowane przez te firmy, jeśli firmy te konkurują ilościowo?
4. Załóżmy, że w konkurencji Cournot krzywa popytu jest postaci $p = a - bQ$, a $TC = 0$ ($a > 0, b > 0$). Jaka ustali się równowaga, gdy na rynku występują dwie firmy? Trzy firmy? N firm?
5. Załóżmy, że w konkurencji Cournot krzywa popytu jest postaci $p = a - bQ$, a koszt krańcowy każdej firmy jest stały i równy c . Jaka ustali się równowaga, gdy na rynku występują dwie firmy? Trzy firmy? N firm? Jak zmienia się sytuacja gdy n dąży do nieskończoności?
6. Inka SA. i PZC (Państwowe Zakłady Cappucino) są dwoma jedynymi producentami kawy cappucino na rynku krajowym. Koszt zakupu kawy na światowych rynkach jest taki sam dla obu firm i wynosi k . Jednakże koszty przetworzenia kawy w cappucino różnią się: w nowoczesnej, prywatnej firmie Inka SA koszt ten wynosi c (czyli $MC_j = k + c$), natomiast w PZC jest równy $2c$ ($MC_P = k + 2c$). Koszt stały w obu zakładach jest równy zero. Załóżmy, że na import kawy zostały nałożone cła zaporowe, a popyt na cappucino opisuje równanie $p = l - Q$
 - a) Jaka ustali się równowaga na rynku krajowym (cena i ilość na rynku), gdy firmy konkurują ilościowo?
 - b) Pokaż, że zysk Inka SA. nie zależy od kosztu przetworzenia kawy w cappuccino (oczywiście w pewnym zakresie). Wyjaśnij to zjawisko. Dla jakich wartości c zysk Inki będzie zależał od tego kosztu?
 - c) Jeżeli cena kawy na rynkach światowych wzrośnie dwukrotnie np. z powodu mrozów w Zabrill, głównym producencie kawy. o ile wzrośnie cena cappucino na rynku krajowym? Jak zmienią się zyski obu firm?
 - d) Jak wprowadzenie podatku na każdą jednostkę produkcji w wysokości t wpłynie na produkcję, cenę i zyski obu firm, przed i po wzroście cen kawy?
7. Każdy duopolista oczekuje 50% udziału w rynku. Określ cenę i ilość równowagi na rynku o popycie równym $p = 100 - q$, zakładając, że koszty produkcji są zerowe. Co się stanie gdy oczekiwania duopolistów o udziale w rynku będą się sumować do 110%?
8. Załóżmy, że cenowa elastyczność popytu na przeloty między dwoma miastami jest stała i równa -1.5. Jeżeli 4 linie lotnicze o jednakowych kosztach są w równowadze Cournot, to ile wynosi stosunek ceny do kosztu krańcowego?

9. Jeśli popyt na dane dobro wynosi $P = I - Q$ i na rynku są dwie firmy konkurujące ze sobą ilościowo, to jaka ustali się równowaga, jeśli koszt stały obu firm jest równy zero, a koszt krańcowy jednej firmy jest równy $1/12$, a drugiej firmy $1/16$. Jaka będzie równowaga gdy firmy będą konkurowały cenowo? Jaka jest prawdopodobnie najlepsza strategia pierwszej firmy?
10. Udowodnij, że w modelu Bertrand'a z homogenicznym dobrem, jeżeli obie firmy mają jednakowy, stały koszt krańcowy oraz nie ma kosztów stałych jedyną równowagą Nash'a jest taka para strategii, w której obie firmy ustalają cenę na poziomie kosztu krańcowego.
11. W mieście są dwie drużyny piłkarskie: Naprzód i Pogoń. Liczba biletów sprzedawanych przez każdy z tych klubów zależy od cen biletów jakie każda z drużyn ustali. Jeżeli Naprzód ustali cenę P_N , a Pogoń P_P to Naprzód sprzeda $21000 - 2P_N + P_P$ biletów, a Pogoń sprzeda $21000 - 2P_P + P_N$ biletów. Każda z drużyn wierzy, że jej cena nie wpłynie na to jaką cenę ustali druga drużyna. Zakładając, że koszt krańcowy dodatkowego widza jest zerowy, to jaką cenę ustalą obydwie drużyny, jeśli ich celem jest maksymalizacja wpływów z biletów?
12. Przypuśćmy, że krzywe popytu na towary dwóch producentów opisywane są wzorami
 $P_1 = a - q_1 - bq_2$, $p_2 = a - q_2 - bq_1$. Gdy $b > 0$ dobra produkowane są substytutami, a gdy $b < 0$ dobra są komplementarne.
- Znajdź równowagę Cournot'a dla tego modelu.
 - Porównaj wynik z równowagą modelu Bertranda,
 - Jaki rodzaj konkurencji jest korzystniejszy dla firm gdy produkują substytuty, a jaki gdy produkują dobra komplementarne?
 - Jak wyjaśnić otrzymane rezultaty?
13. W branży są dwie firmy produkujące przy stałym koszcie przeciętnym równym \$10. Krzywa popytu w tej branży jest postaci $p = 110 - .5q$. Przypuśćmy, że firma 1 jest liderem Stackelberg'a. Ile wyprodukuje firma 2?
14. Rozważ przypadek rynku z liniową funkcją popytu postaci $p = I - Q$ na którym konkurują ze sobą dwie firmy. Koszt stały dla obu firm jest równy F , natomiast koszt krańcowy jest równy 0. Jeśli jedna z firm jest liderem Stackelberg'a to jaka wielkość produkcji wybierze? Jakie zyski osiągną obie firmy? Jaka wielkość produkcji lidera spowoduje, że naśladowca nie wejdzie na rynek? Czy naśladowca wejdzie na rynek jeśli koszt stały jest równy 0.001?
15. Rozpatrzmy przemysł, w którym działają trzy firmy o identycznych kosztach opisanych równaniem $c(q_i) = 5 + 2q_i$. Popyt na produkt tego przemysłu określony jest wzorem $p = 18 - Q$, gdzie Q to całkowita podaż na rynku. Firma 1 podejmuje decyzje dotyczącą wielkości produkcji najpierw. Potem firma 2, wiedząc ile wyprodukuje firma 1, określa swój poziom produkcji. Na koniec firma 3 znając wielkości produkcji firm 1 i 2 określa swój poziom produkcji. Wszystkie firmy znają swoje koszty i popyt rynkowy. Jaka równowaga ustali się na tym rynku?
16. Przypuśćmy, że duża firma na rynku postanawia działać jak monopolista, zakładając, że wielu małych producentów na rynku zachowuje się konkurencyjnie. Zatem przy dowolnej cenie ci producenci będą sprzedawali takie ilości towaru, że cena jest równa kosztowi krańcowemu, natomiast reszta będzie dostarczana przez tą firmę dominującą. Jeżeli popyt określony jest równaniem $p = 200 - Q$, natomiast suma kosztów krańcowych małych firm jest równa $MC = q/2 + 1$, a koszt krańcowy firmy

dominującej jest równy $MC = q - 15$ ($q > 15$) określ ilość produkowaną, cenę oraz zysk firmy dominującej.

17. Przypuśćmy, że na rynku są trzy firmy, z których jedna jest liderem Stackelberg'a, a pozostałe dwie są naśladowcami, które konkurują między sobą zgodnie z modelem Cournot'a. Zakładając liniowy popyt postaci $p = 1 - Q$, a koszt krańcowy dla każdej firmy jest równy c jaka będzie równowaga na tym rynku? Jak możnaby uogólnić otrzymany wynik dla n firm?

18. Teoria oligopolu podkreśla znaczenie groźby wejścia na rynek przez inne firmy. W efekcie oligopolu (bądź kartel) ustalają taka cenę (lub ilość), że firma wchodząca na rynek nie może osiągnąć większych zysków niż firma doskonale konkurencyjna. Przedstaw ten argument na wykresie.

19. W 1973 roku OPEC pokazał swoją siłę w kształtowaniu światowych cen ropy naftowej.

Przypuśćmy, że wkrótce po decyzji OPEC o ograniczeniu wydobycia ropy odkryto znaczne pokłady ropy na morzu w Europie Zach. Przy pomocy krzywych popytu i podaży wyjaśnij jaki miałyby to wpływ na siłę OPEC jako kartelu na tym rynku. Załóżmy także, że odkryto technologię, która uczyniła produkcję syntetycznych paliw opłacalną. Jak wpłynęłoby to na decyzje podejmowane przez OPEC? Jak obecność syntetycznych paliw na rynku wpłynęłaby na elastyczność cenową popytu na ropę?