

Model klasyczny

W modelu Keynesa wielkość produkcji określała suma wydatków, np.:

$$Y = C + I + G + NX$$

W modelu klasycznym wielkość PKB jest określana przez stronę podażową. Mamy 2 czynniki produkcji (K i L), które wchodzi w skład funkcji produkcji opisującej całość produkcji wytworzonej w gospodarce. Podaż czynników produkcji jest w danym momencie stała.

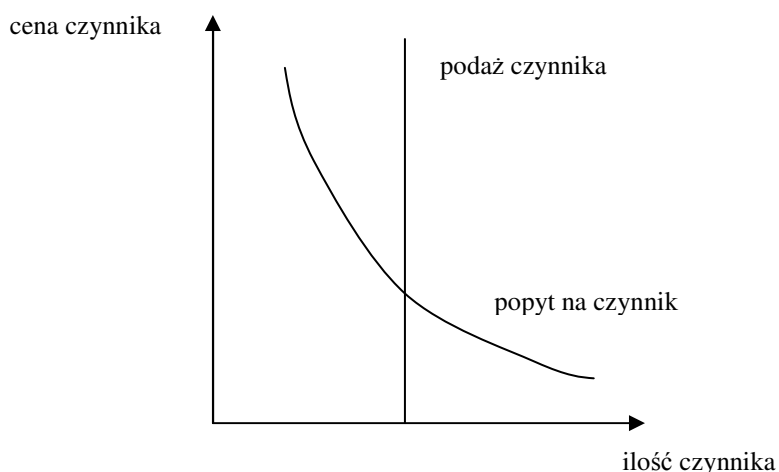
$$Y = f(K, N)$$

Funkcja produkcji może zakładać stałe przychody skali i wtedy

$$zY = f(zK, zN) \quad \text{dla} \quad z > 0$$

Zarazem uwzględniona jest też technologia, w zależności od której dana gospodarka może produkować więcej lub mniej przy wykorzystaniu takiej samej ilości czynników produkcji. A zatem zmiany technologiczne wpływają na zmianę funkcji produkcji.

Ceny czynników produkcji są wynikową popytu i podaży.



Aby określić wysokość renty płaconej czynnikom trzeba poznać wielkość popytu na czynniki. Ponieważ celem każdej firmy jest maksymalizacja zysku to możemy to zapisać jako:

$$Profit = pY - wN - rK = pf(K, N) - wN - rK$$

Zakładając występowanie doskonałej konkurencji firmy przyjmują ceny zarówno dóbr jak i czynników jako dane. Dlaczego? W konsekwencji decydują się na wynajęcie danych ilości

czynnika w taki sposób aby osiągnąć jak największy zysk. Jednocześnie jednak nie będą w nieskończoność zwiększać zatrudnienia czynników ze względu na fakt, iż większość funkcji produkcji zakłada malejący krańcowy produkt czynników (przy założeniu, że zwiększamy ilość jednego z nich, a drugi jest *constant*). Produkt krańcowy pracy jest określany jako:

$$MPN = f(K, N+1) - f(K, N)$$

Im więcej L tym mniejszy przyrost Y .

$$\Delta \Pi = (p \cdot MPN) - w$$

Ponieważ firma będzie zatrudniać N , aż do chwili gdy jest to opłacalne ($\Delta \Pi = 0$) to mamy:

$$w = p \cdot MPN \Rightarrow MPN = w / p$$

gdzie w/p jest płacą realną.

MPN jest też krzywą opisującą popyt na N .

Analogicznie mamy dla kapitału:

$$MPK = f(K+1, N) - f(K, N)$$

$$\Delta \Pi = (p \cdot MPK) - i$$

$$i = p \cdot MPK \Rightarrow MPK = i / p$$

Przy założeniu doskonałej konkurencji wynagrodzenie realne czynników jest równe ich krańcowej produktywności, a zatem dochód właścicieli firm można opisać jako:

$$Economic\ profit = Y - (MPN \cdot N) - (MPK \cdot K)$$

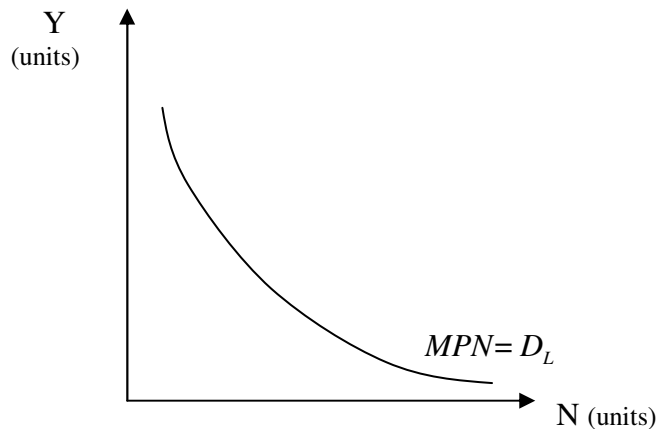
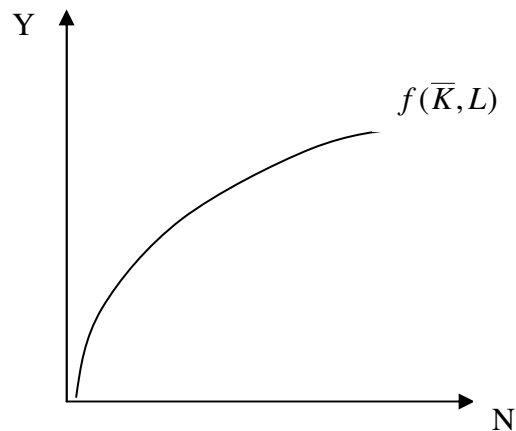
Jednak zgodnie z założeniem o stałych przychodach skali okazuje się, że zysk ekonomiczny musi się równać 0:

$$f(K, N) = (MPK \cdot K) + (MPN \cdot N)$$

Oznacza to, że suma wynagrodzeń czynników jest równa ich całkowitej produkcji. Brak *economic profit* jest tłumaczony poprzez zyski jakie otrzymują właściciele kapitału, którzy są także właścicielami firm (dowód na przykładzie funkcji Cobba-Douglasa).

Funkcja produkcji Cobba-Douglasa

$$Y = AK^\alpha N^{1-\alpha}$$



Funkcja ta zapewnia stały udział czynników w dochodzie narodowym, niezależnie od wielkości produkcji, ilości czynników oraz technologii:

$$\text{Capital income} = MPK \cdot K = \alpha AK^{\alpha-1} N^{1-\alpha} \cdot K = \alpha Y$$

$$\text{Labor income} = MPN \cdot N = (1 - \alpha) AK^{\alpha} N^{-\alpha} \cdot N = (1 - \alpha) Y$$

Wynika z tego, że im większa ilość danego czynnika tym mniejsze wynagrodzenie w przeliczeniu na jego jednostkę (ze względu na malejącą krańcową produktywność).

Posiada również stałe przychody skali:

$$f(zK, zN) = A(zK)^{\alpha} (zN)^{1-\alpha} = z^{\alpha} z^{1-\alpha} AK^{\alpha} N^{1-\alpha} = zAK^{\alpha} N^{1-\alpha} = zf(K, N)$$

Economic profit jest równy 0:

$$\text{Economic profit} = Y - (MPN \cdot N) - (MPK \cdot K) = Y - (1 - \alpha)Y - \alpha Y = Y - Y = 0$$

Krańcowy i średni produkt pracy i kapitału:

$$MPN = (1 - \alpha)Y / N \quad APN = Y/N$$

$$MPK = \alpha Y / K \quad APK = Y/K$$

Uproszczenia dokonane w modelu:

- Funkcja Cobb-Douglas zakłada stałe przychody skali
- Brak bezrobocia, a zatem produkcja zawsze jest równa produkcji potencjalnej
- Brak jest wymiany międzynarodowej
- Doskonała konkurencja

Popyt na dobra i usługi:

$$Y = C + I + G$$

$$C = c_o + c_Y(Y - T) - c_r r$$

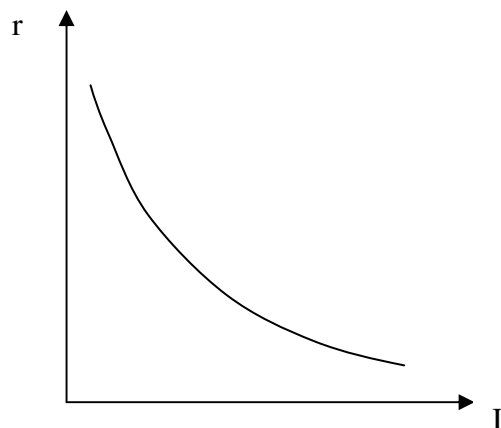
$$I = I(r) = i_0 - i_r r$$

$$G = \bar{G}$$

$$T = \bar{T}$$

Podstawiając powyższe do równania mamy:

$$\bar{Y} = C(\bar{Y} - \bar{T}) + I(r) + \bar{G}$$



Przy założeniu stałości wielkości produkcji widać wyraźnie, że stopa procentowa odgrywa kluczową rolę przy określaniu poziomu równowagi. Gdy jest ona zbyt wysoka to podaż przewyższa popyt; gdy jest zbyt niska popyt jest za duży.

Wyznaczanie równowagi na rynku aktywów

Przekształcając równanie popytu globalnego mamy:

$$Y - C - G = I \quad \text{i} \quad \text{dodając podatki, transfery oraz odsetki od długu publicznego}$$

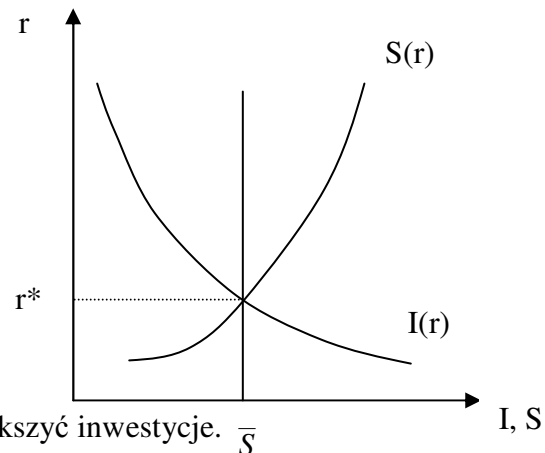
$$(Y - C - T + TR + INT) - (G + TR + INT - T) = I \quad \Rightarrow \quad S_{pr} + S_{pu} = I$$

Ponieważ jednak w naszym modelu Y , G i T są *constant* to otrzymujemy:

$$\bar{S} = I(r)$$

Jeżeli jednak przyjmiemy, że C jest negatywnie skorelowane z wysokością stóp procentowych (im wyższe stopy, tym większe oszczędności), to wtedy funkcja oszczędności przybiera inną postać.

Wzrost skłonności inwestycyjnej przesuną krzywą inwestycji w górę i powoduje z jednej strony wzrost stopy procentowej, zaś z drugiej wzrost oszczędności. To z kolei pozwala zwiększyć inwestycje.

Funkcja popytu na pieniądź

$$M^d = P \cdot L(Y, i) \quad \text{gdzie } P - \text{ceny, } Y - \text{dochód, } i - \text{nominalna stopa procentowa}$$

Powyższe możemy również wyrazić jako funkcję realnej stopy procentowej i inflacji:

$$M^d = P \cdot L(Y, r + \pi^e)$$

Warunek równowagi:

$$M/P = L(Y, r + \pi^e) \quad \text{czyli podaż pieniądza jest równa popytowi}$$

Ilościowa teoria pieniądza – podaż pieniądza i poziom cen są proporcjonalne

$$M \cdot V = P \cdot Y \quad \text{gdzie } V - \text{prędkość obiegu pieniądza}$$

Powyższe równanie może zostać przekształcone na stopy wzrostu i wtedy:

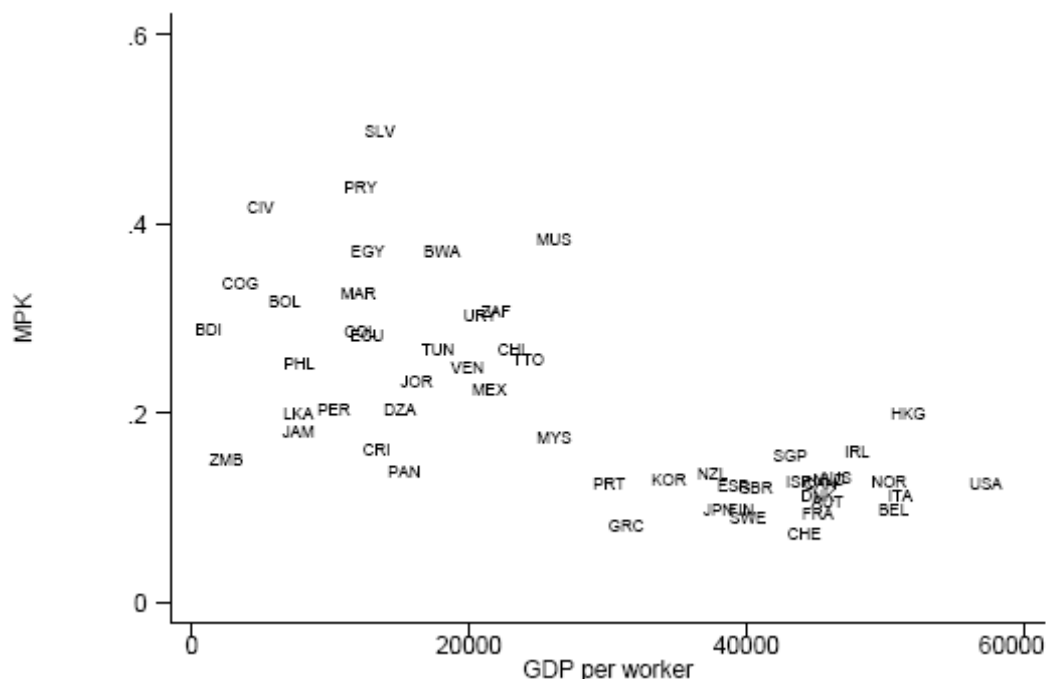
$$\frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta Y}{Y} \quad \text{gdzie} \quad \frac{\Delta P}{P} = \pi$$

Zadanie 1. Co jest przyczyną tego, że jedne kraje mają większą produkcję niż inne, zgodnie z modelem klasycznym? Dlaczego Białoruś jest biedniejsza niż USA?

Zadanie 2. Mamy 2 kraje o takiej samej technologii i kapitale ale o różnej liczbie pracujących. Który kraj wytworzy więcej produktu. Gdzie pracownicy będą bardziej zadowoleni (wysokość płac), a gdzie bardziej zadowoleni będą właściciele kapitału? Skorzystaj w funkcji produkcji Cobba-Douglasa i przedstaw funkcję produkcji na wykresie, zakładając wyjściowo, że liczba pracowników jest taka sama.

Zadanie 3. Rozważmy standardowy model klasyczny z funkcją produkcji o stałych przychodach skali i doskonale konkurencyjnym rynku pracy i kapitału.

- a) Przyjmijmy ogólną specyfikację funkcji produkcji $Y = AF(K, N)$, gdzie A – poziom zaawansowania technologicznego, K – zasób kapitału, N – poziom zatrudnienia. Zapisz funkcje w postaci intensywnej i oblicz wartość krańcowego produktu kapitału korzystając z tej postaci funkcji produkcji;
- b) Korzystając z obliczeń wykonanych w (a) wyjaśnij przedstawioną na poniższym wykresie zależność między krańcowym produktem kapitału (MPK) oraz PKB na 1 zatrudnionego (GDP per worker) w 53 krajach.



Zadanie 4. Jeżeli parametr α wynosi 0,2 to jaką część dochodu otrzymują właściciele kapitału, a jaką właściciele czynnika pracy?

Zadanie 5. Udowodnij, że funkcja Cobba-Douglasa spełnia warunek malejącej krańcowej produktywności czynników.

Zadanie 6. Funkcja produkcji przyjmuje postać $Y = AK^{1/2}L^{1/2}$. O ile wzrośnie produkcja i co stanie się z płacami jeśli zatrudnienie wzrośnie czterokrotnie?

Zadanie 7. Funkcja produkcji ma postać $Y = AK^{1/3}L^{2/3}$ gdzie $A=1,25$ $K=L=8000$
 $C=100+0,8(Y-T)$ $T=1500$ $I=5000-100r$ $G=1100$

Oblicz PKB. Jaka jest wartość realnego wynagrodzenia w tej gospodarce? Jaki jest udział kapitału i pracy w tworzeniu PKB? Ile wynoszą oszczędności prywatne, publiczne i krajowe? Jaka jest stopa procentowa w równowadze oraz ile wynoszą inwestycje? Jak zmienia się powyższe wielkości gdy G wzrośnie do 1500? Co stanie się gdy krańcowa skłonność do konsumpcji spadnie do 0,6?

Zadanie 8. Dana jest funkcja produkcji postaci : $Y = F(K, N) = K^{1/3}N^{2/3}$, gdzie Y , K , N oznaczają odpowiednio, wartość produkcji, nakłady kapitału, nakłady pracy. Dane są nakłady kapitału $K=625$ oraz postać funkcji podaży pracy $NS = 3/2 W/P$, gdzie W/P oznacza realną stawką płacy.

Oblicz poziom dochodu, przy założeniu pełnej elastyczności rynku pracy. W tym celu:

- zapisz funkcję popytu na pracę;
- oblicz poziom stawki płacy i zatrudnienia w równowadze;
- oblicz poziom produkcji.
- Rząd nakłada podatek na dochody z pracy. Przy stawce podatkowej t poziom płacy po opodatkowaniu wynosi $(1-t)w$ i funkcja podaży pracy przyjmuje postać $NS = 3/2(1-t)w$. Jaka będzie wartość realnej stawki płacy, zatrudnienia i produkcji w długookresowej równowadze przy stawce opodatkowania $t = 0,5904$?

Zadanie 9. Gospodarka danego kraju znajduje się w stanie równowagi. Banki zaczynają jednak nagle masowo wprowadzać karty płatnicze, co redukuje realny popyt na pieniądź. Jak zgodnie z modelem klasycznym wpłynie to na produkcję, ceny, i realną stopę procentową w równowadze długookresowej?

Zadanie 10. Korzystając z modelu klasycznego, zilustruj na wykresach równowagi na rynku siły roboczej i na rynku funduszy pożyczkowych zmiany zachodzące po:

- wdrożeniu wynalazku, który prowadzi do poprawy produktywności wszystkich czynników, czyli wzrostu wartości parametru A w funkcji produkcji;
- emigracji (za granice) części aktywnej zawodowo ludności.

Zadanie 11. Funkcja produkcji dana jest wzorem: $Y = A \ln(N + 1)$, gdzie $A=60$ oznacza poziom zaawansowania technologicznego, zaś N - wielkość zatrudnienia. Podaż siły roboczej jest nieelastyczna względem realnej stawki płacy i wynosi 19. Spełnione są założenia modelu klasycznego dla gospodarki zamkniętej.

- oblicz realną stawkę płacy oraz wielkość produkcji (przyjmij $\ln 20 = 3$);
- oblicz wartość stopy procentowej w równowadze r^* , skoro wiadomo, że:
 - funkcja inwestycji ma postać: $I = 100 - 20r$,
 - rząd finansuje wydatki w wysokości $G=40$ jedynie z podatków od dochodu $T=60$
 - wydatki gospodarstw domowych na spożycie $C=80$;
- oblicz zmianę stopy procentowej po obniżeniu podatków do poziomu $T'=40$, przy niezmiennych wartościach konsumpcji prywatnej i rządowej oraz przedstaw zachodzące zmiany na wykresie obrazującym równowagę na rynku funduszy pożyczkowych.

Zadanie 12. Planowany poziom oszczędności prywatnych w pewnej gospodarce może być opisany za pomocą funkcji $S_{pr}^e = s_0 + s_Y Y^d + s_r r$, gdzie s_0 oznacza autonomiczne oszczędności, $s_Y=0,2$ i $s_r=5$ są wrażliwością oszczędności, odpowiednio, na zmiany dochodu i stopy procentowej. Długookresowy poziom dochodu jest stały i rząd nie rozważa zmian podatków netto, które wynoszą $NT=1000$. Funkcja inwestycji ma następującą ogólną postać:

$I = i_0 - i_r r$ i wiadomo, że wrażliwość inwestycji na zmiany stopy procentowej wynosi $i_r=20$.

Wydatki sektora publicznego mogą być zaliczone albo do kategorii zwiększających konsumpcje albo wpływających na produktywność, tzn. albo podobnych do konsumpcji prywatnej albo zwiększających przyszłą produktywność czynników produkcji. W tym ćwiczeniu pokażemy, że skutki wydatków rządowych w długim okresie zależą nie tylko od ich poziomu, ale także podziału między konsumpcyjne i inwestycyjne.

a) Załóżmy, że początkowo stopa procentowa jest równa $r=16$ i rząd podnosi swoje wydatki konsumpcyjne z $G_0=1600$ do $G_1=1800$ pozostawiając wydatki inwestycyjne na niezmiennym poziomie. Oblicz zmiany w stopie procentowej równowagi, inwestycjach prywatnych oraz inwestycjach narodowych, wynikające z tej zmiany konsumpcyjnych wydatków rządowych.

b) Teraz rozważmy zmianę zwiększających produktywność wydatków rządowych. Zgodnie z pierwszym scenariuszem inwestycje rządowe i prywatne są substytutami, tzn. inwestycje rządowe nie pobudzają inwestycji prywatnych. Ponownie rozważmy wzrost wydatków rządowych o 200, ale 160 jest teraz przeznaczone na inwestycje publiczne, a jedynie 40 na konsumpcje rządową. Oblicz zmiany (w stosunku do poziomu sprzed wprowadzenia ekspansywnej polityki fiskalnej) stopy procentowej, prywatnych inwestycji i narodowych inwestycji w równowadze.

c) Zgodnie z drugim scenariuszem, rządowe inwestycje są komplementarne względem inwestycji prywatnych. Uchylamy teraz założenia o braku wpływu inwestycji rządowych na inwestycje prywatne. W rzeczywistości zyski w sektorze prywatnym zależą od wydatków kapitałowych w sektorze publicznym. Wzrost inwestycji rządowych zwiększa optymizm w firmach i pobudza popyt inwestycyjny. Firmy zaczynają inwestować więcej przy każdym poziomie stopy procentowej, co znajduje odzwierciedlenie we wzroście parametru i_0 o $i_0=200$. Oblicz zmiany (w stosunku do poziomu sprzed wprowadzenia ekspansywnej polityki fiskalnej) stopy procentowej, prywatnych inwestycji i narodowych inwestycji w równowadze.

d) Porównaj rezultaty, otrzymane w punktach (a) – (c) i wyjaśnij różnice, używając wykresu równowagi na rynku funduszy pożyczkowych.

Zadanie 13. Wartość portfela Pana Krezusa wynosi 100000, a jedynymi aktywami są pieniądze (w formie depozytów na żądanie) i obligacje skarbowe. Doradca finansowy p. Krezusa jest zobowiązany do zakupu obligacji na kwotę 50000 oraz zwiększania zasobu obligacji o 5000 po wzroście o 1 punkt procentowy nadwyżki stopy oprocentowania obligacji ponad oprocentowanie depozytów na żądanie.

a) Zapisz równanie popytu na pieniądze jako funkcji stopy oprocentowania obligacji i depozytów na żądanie.

b) Zapisz równanie popytu na obligacje.

c) Załóżmy że wszyscy właściciele majątku w omawianym kraju zachowują się jak p. Krezus. Stała podaż obligacji przypadająca na 1 osobę wynosi 80000, a banki akceptują od każdego podmiotu depozyty w stałej wysokości 20000. Stopa oprocentowania depozytów na żądanie wynosi 0. Jakie oprocentowanie obligacji zapewnia równowagę na rynku aktywów?

Zadanie 14. Nakłady kapitału i pracy w pewnej gospodarce są równe i wynoszą $K=N=1000$, a poziom technologii jest stały i wynosi $A=1$. Funkcja produkcji ma postać funkcji Cobba-Douglasa z wykładnikami przy kapitale równym $\alpha=1/4$. Podaż pieniądza wynosi 400, a początkowy poziom cen $P=2$. Korzystając z klasycznego ujęcia modelu AD-AS:

- Oblicz zmianę poziomu cen i wielkości produktu wynikającą ze wzrostu prędkości obiegu pieniądza z $V_1=5$ do $V_2=6$
- Jaka musiałaby być zmiana nakładów pracy i kapitału, aby opisana w (a) zmiana prędkości obiegu pieniądza nie spowodowała zmiany poziomu cen?

Zadanie 15. Tempo wzrostu realnego dochodu = 6%, tempo wzrostu podaży pieniądza = 9%, nominalna stopa procentowa = 7%. Prędkość obiegu pieniądza jest stała.

- Oblicz realną stopę procentową;
- Bank centralny obniża tempo wzrostu podaży pieniądza do 8%. Oblicz nowy poziom realnej stopy procentowej.

Zadanie 16. W pewnej gospodarce wielkość produkcji, Y , może być opisana za pomocą funkcji $Y = K^{1/3}N^{1/3}E^{1/3}$, gdzie zasób kapitału $K=64$, zasób pracy $N=125$, zasób energii $E=216$. Funkcje inwestycji i oszczędności prywatnych mają, odpowiednio, postać: $I=30-2r$ oraz $S_{pr}=10+2r$, gdzie r oznacza realną stopę procentową. W gospodarce działa rząd, którego wydatki $G=64$, natomiast podatki są proporcjonalne do dochodu $T=0,2Y$.

- Korzystając z modelu klasycznego oblicz wartość realnej stopy procentowej w równowadze;
- Wiadomo, że w badanym roku podaż pieniądza wzrosła o 10%, a nakłady każdego z czynników produkcji o 4%. Wiadomo, że prędkość obiegu pieniądza nie uległa zmianie. Oblicz wartość nominalnej stopy procentowej;
- Jaka będzie wartość nominalnej stopy procentowej w (b), jeżeli prędkość obiegu pieniądza spadnie o 2%?

Zadanie 17. Dochodowa elastyczność popytu na pieniądź wynosi $2/3$, a elastyczność względem stopy procentowej równa się $-0,1$. Oczekuje się, że realny dochód w następnym roku wzrośnie o 4,5%, a realna stopa procentowa pozostanie bez zmian. Stopa inflacji od wielu lat wynosi zero.

- Jakie powinno być tempo wzrostu nominalnej podaży pieniądza, aby inflacja nadal była równa zero;
- Jaka będzie zmiana prędkości obiegu pieniądza, jeśli bank centralny zastosuje politykę zerowej inflacji, opisaną w (a)?