

RP WNE 2019/2020, X seria zadań domowych (trzy zadania)

Imię i nazwisko Numer indeksu

W zadaniach poniżej, za liczbę k proszę podstawić sumę cyfr w numerze indeksu, za liczbę m - sumę dwóch największych cyfr w numerze indeksu, zaś za liczbę n - najmniejszą cyfrę w numerze indeksu, powiększoną o 1. Przykładowo, dla indeksu 609999: $k = 42$, $m = 18$, $n = 1$.

Proszę zapisać pełne rozwiązania zadań (przekształcenia, podstawienia), a w odpowiednich miejscach wpisać dodatkowo odpowiedzi końcowe (odpowiedź powinna być liczbą w postaci ułamka dziesiętnego zaokrąglonego do czterech miejsc po przecinku).

25. Dysponujemy n monetami, dla których prawdopodobieństwo uzyskania orła wynosi $1/n$, m monetami, dla których prawdopodobieństwo uzyskania orła wynosi $1/m$ oraz k monetami, dla których prawdopodobieństwo uzyskania orła wynosi $1/k$. Wykonujemy jeden rzut każdą z $n+m+k$ monet. Korzystając z nierówności Czebyszewa-Bienaymé, oszacować z dołu prawdopodobieństwo zdarzenia $A = \{\text{łączna liczba uzyskanych orłów należy do przedziału } (1, 5)\}$.

ODPOWIEDŹ:

$$\mathbb{P}(A) \geq$$

Rozwiązanie:

26. Zmienne $X_1, X_2, \dots$ są niezależne, przy czym dla każdego $j = 1, 2, \dots$, zmienna X_j ma rozkład normalny o średniej $k + j^{-1}$ oraz wariancji m . Obliczyć granicę, w sensie zbieżności prawie na pewno, ciągu

$$\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{3j}}{mj + n}, \quad j = 1, 2, \dots$$

Wskazówka: jeśli $X \sim N(a, \sigma^2)$, to $X - a \sim N(0, \sigma^2)$.

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie:

27. Pewne doświadczenie fizyczne polega na obserwowaniu zderzeń protonów. Odstęp czasu pomiędzy j -tym a $j + 1$ -szym zderzeniem jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym z parametrem m/k , $j = 0, 1, 2, \dots$; przyjmujemy, że wszystkie te zmienne są parami nieskorelowane. Niech S_j oznacza czas oczekiwania na j -te zderzenie, mierzony od początku trwania eksperymentu. Obliczyć granicę, w sensie zbieżności według prawdopodobieństwa, ciągu $\frac{S_j}{j}$, $j = 1, 2, \dots$

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie: