

Mikroekonomia A.7

Maciej Wilamowski

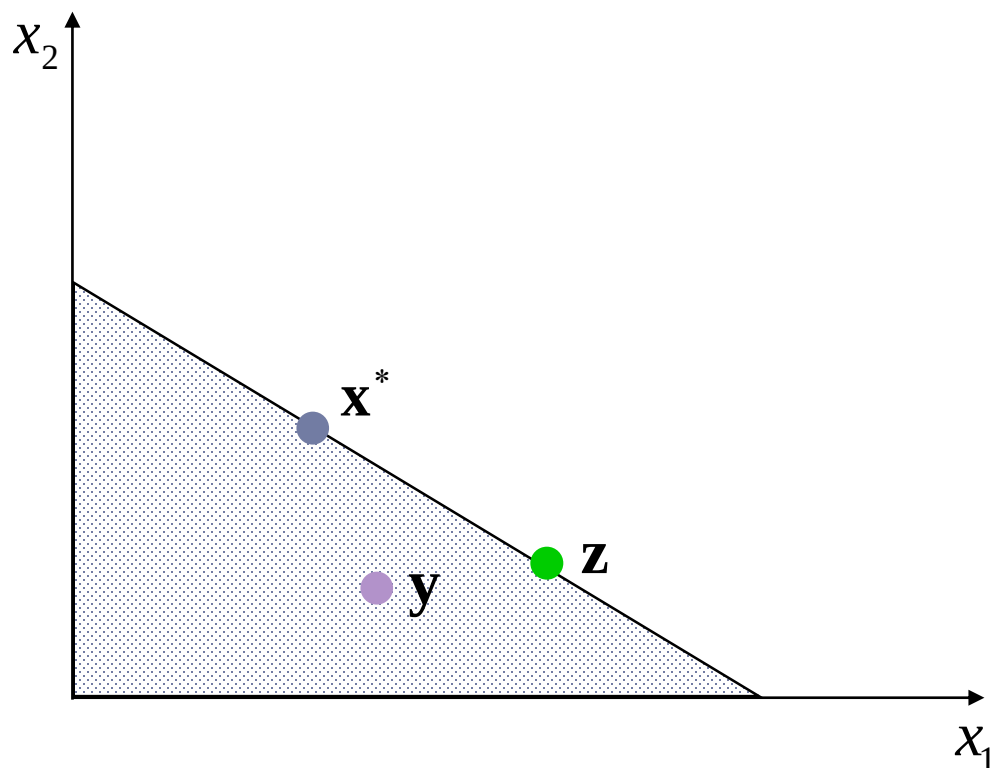
Preferencje ujawnione

- ▶ Preferencje – znane tylko konsumentom
- ▶ Obserwowane – tylko wybory przy różnych ograniczeniach budżetowych
 - ▶ Wnioskowanie na temat preferencji na podstawie obserwowalnych wyborów
- ▶ Założenia dotyczące preferencji
 - ▶ Stałe w czasie
 - ▶ Dobrze zachowujące się
 - ▶ Ściśle wypukłe
 - ▶ Monotoniczne
 - ▶ => Istnieje jeden najbardziej preferowany koszyk



Preferencje ujawnione

- ▶ Koszyk $\mathbf{x}^*$ jest bezpośrednio preferowany w stosunku do koszyków $\mathbf{y}$ i $\mathbf{z}$ – konsument mógł sobie pozwolić na wszystkie trzy, a wybrał $\mathbf{x}^*$

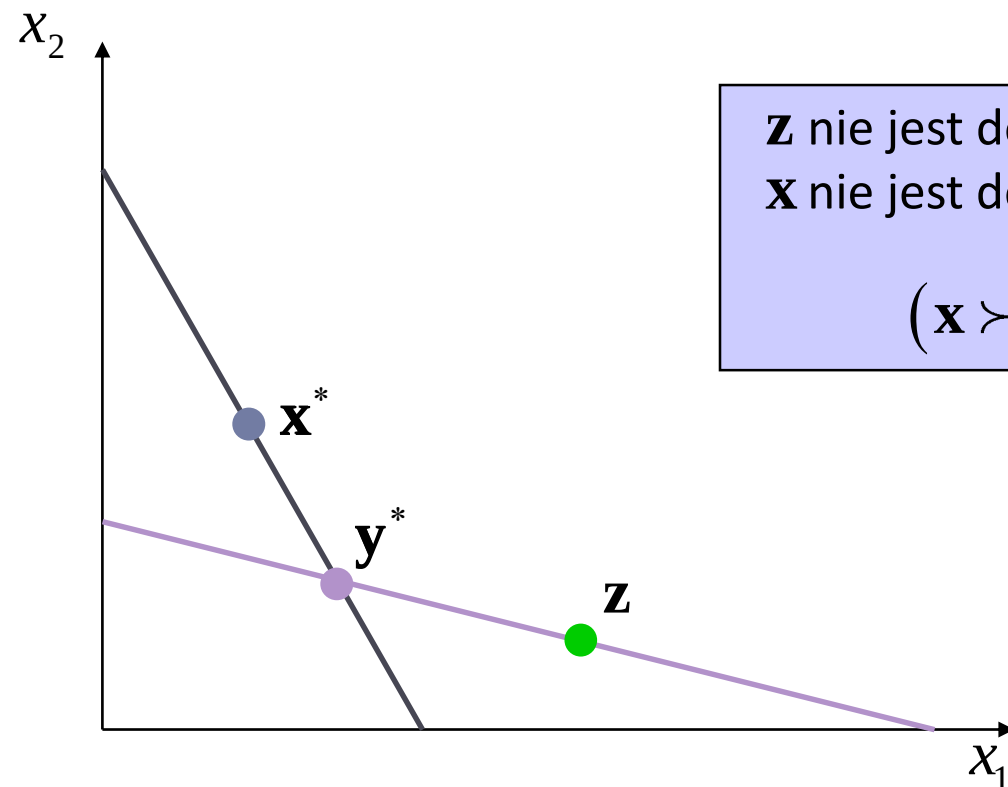


$$\mathbf{x}^* \succsim_D \mathbf{y}$$

$$\mathbf{x}^* \succsim_D \mathbf{z}$$

Preferencje ujawnione

- ▶ Koszyk $\mathbf{x}$ jest pośrednio preferowany w stosunku do koszyka $\mathbf{z}$ – konsument bezpośrednio preferuje $\mathbf{x} \succ_D \mathbf{y}$ i $\mathbf{y} \succ_D \mathbf{z}$, wtedy na mocy przechodniości $\mathbf{x} \succ_I \mathbf{z}$



$\mathbf{z}$ nie jest dostępny, gdy wybierany jest $\mathbf{x}$
 $\mathbf{x}$ nie jest dostępny, gdy wybierany jest $\mathbf{y}$
lecz

$$(\mathbf{x} \succ_D \mathbf{y} \wedge \mathbf{y} \succ_D \mathbf{z}) \Rightarrow \mathbf{x} \succ_I \mathbf{z}$$

Preferencje ujawnione

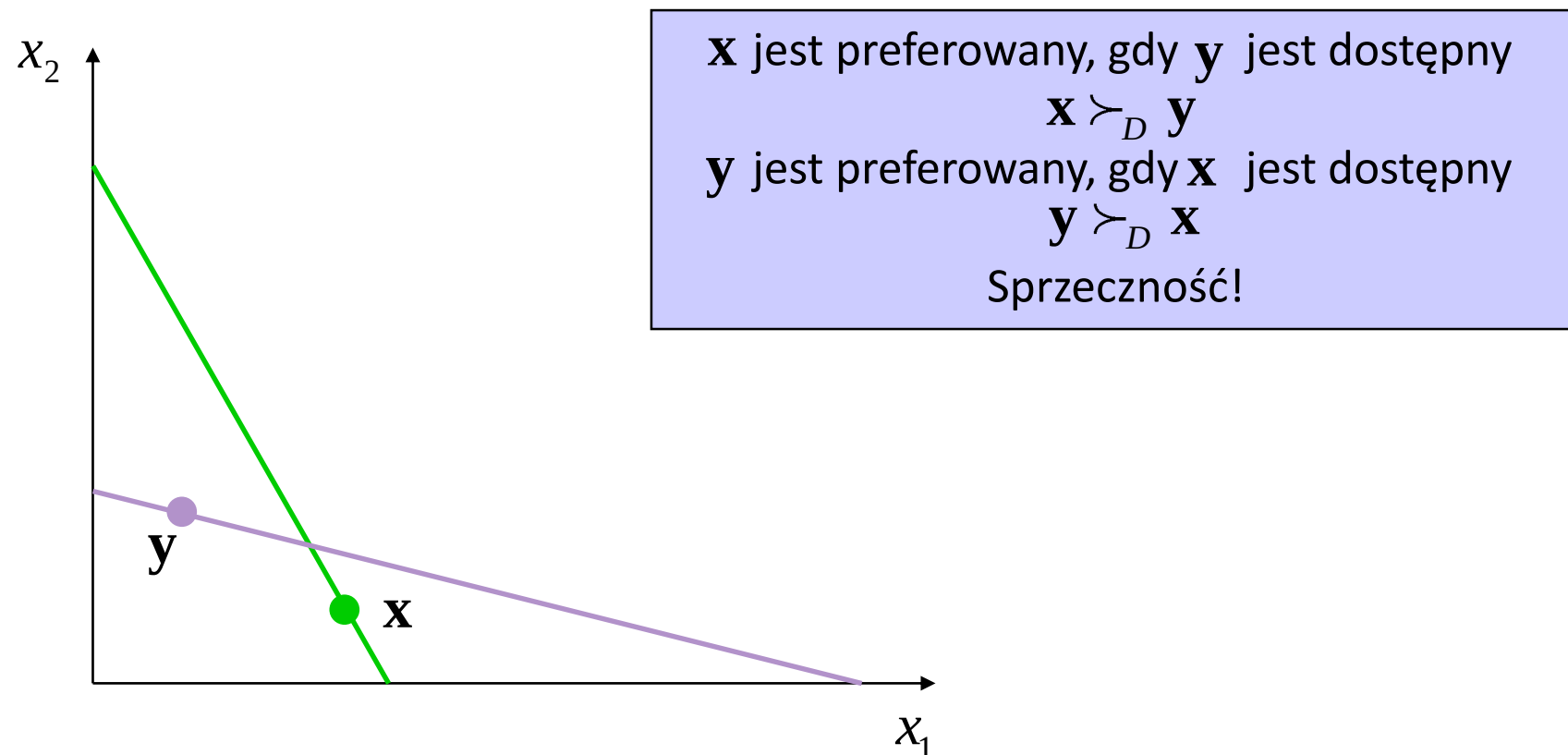
- ▶ Aby wnioskować na podstawie ujawnionych preferencji, preferencje te muszą spełniać dwa kryteria
 - ▶ *Słaby aksjomat ujawnionych preferencji*
 - ▶ *Silny aksjomat ujawnionych preferencji*
- ▶ *Słaby aksjomat ujawnionych preferencji*
(ang. *Weak Axiom of Revealed Preference*, WARP)
 - ▶ Jeśli koszyk $\mathbf{x}$ jest bezpośrednio preferowany w stosunku do innego koszyka $\mathbf{y}$, to nigdy $\mathbf{y}$ nie może być bezpośrednio preferowany względem $\mathbf{x}$

$$\mathbf{x} \succ_D \mathbf{y} \Rightarrow \neg \mathbf{x} \prec_D \mathbf{y}$$

- ▶ ... dla ujawnionych preferencji
- ▶ WARP jest warunkiem koniecznym racjonalności preferencji

Preferencje ujawnione

► Obserwacje sprzeczne z WARP:



Preferencje ujawnione

► Czy poniższe obserwacje są sprzeczne z WARP?

► Konsument dokonywał następujących wyborów:

- Przy cenach $(p_1, p_2) = (2, 2)$ wybierał $(x_1, x_2) = (10, 1)$
- Przy cenach $(p_1, p_2) = (2, 1)$ wybierał $(x_1, x_2) = (5, 5)$
- Przy cenach $(p_1, p_2) = (1, 2)$ wybierał $(x_1, x_2) = (5, 4)$

► Koszt koszyków:

Wybory Ceny	(10,1)	(5,5)	(5,4)
(2,2)	22	20	18
(2,1)	21	15	14
(1,2)	12	15	13

Koszyki
wybrane

Dostępne
koszyki
niewybrane

Preferencje ujawnione

- Czy poniższe obserwacje są sprzeczne z WARP? – c.d.

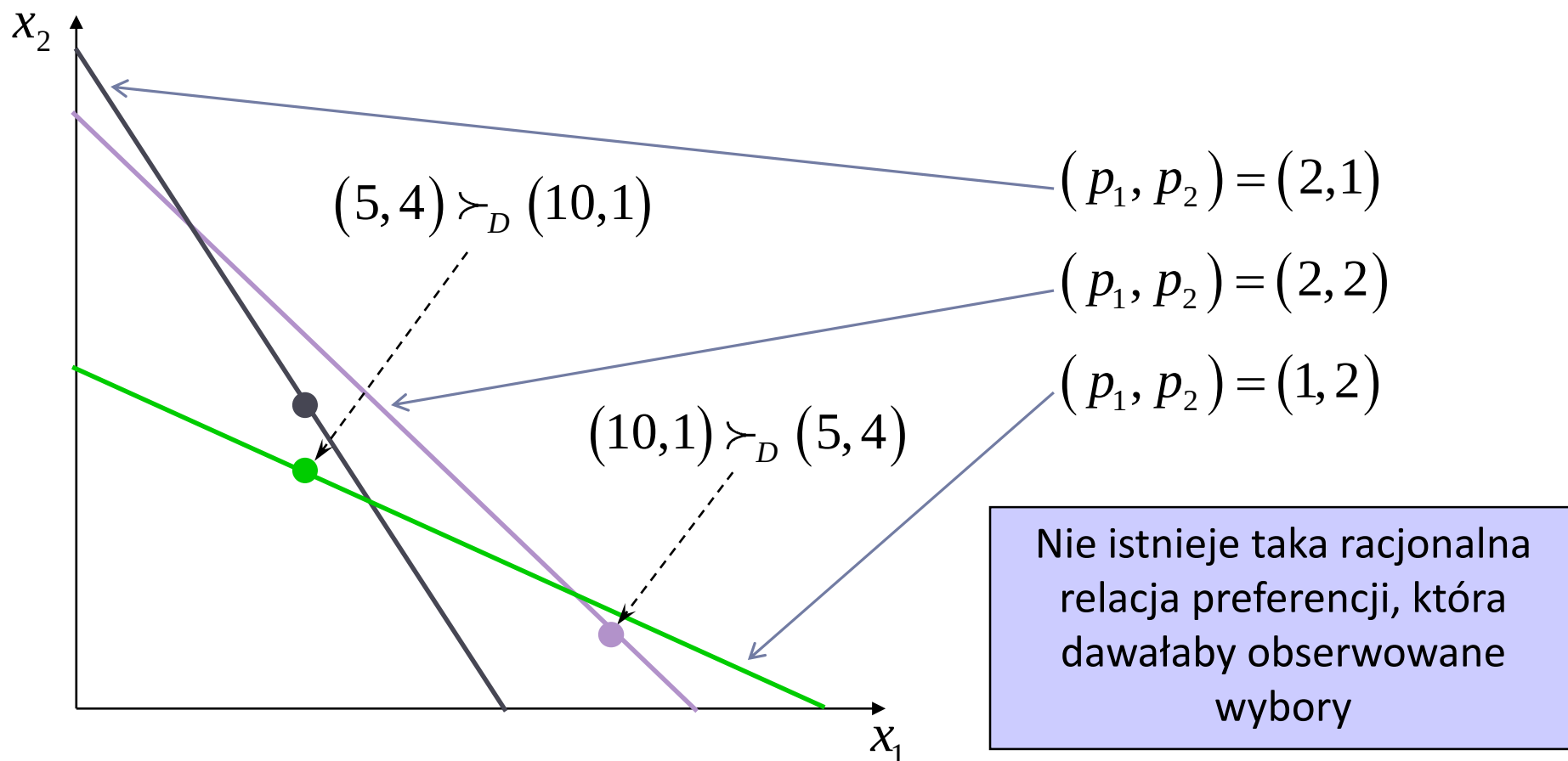
Wybory Ceny	(10,1)	(5,5)	(5,4)
(2,2)	22	20	18
(2,1)	21	15	14
(1,2)	12	15	13

	(10,1)	(5,5)	(5,4)
(10,1)	–	D	D
(5,5)		–	D
(5,4)	D		–

- Ujawnione preferencje wskazują, że (10,1) jest bezpośrednio preferowany względem (5,4) przy cenach (2,2), ale przy innych cenach (1,2) koszyk (5,4) miałby być preferowany względem (10,1) co gwałci WARP

Preferencje ujawnione

- Czy poniższe obserwacje są sprzeczne z WARP? – c.d.



Preferencje ujawnione

- ▶ *Silny aksjomat ujawnionych preferencji*

(ang. *Strong Axiom of Revealed Preference*, SARP)

- ▶ Jeśli koszyk $\mathbf{x}$ jest bezpośrednio lub pośrednio preferowany w stosunku do $\mathbf{y} \neq \mathbf{x}$, to $\mathbf{y}$ nigdy nie może być bezpośrednio lub pośrednio preferowany względem $\mathbf{x}$

$$(\mathbf{x} \succ_D \mathbf{y} \vee \mathbf{x} \succ_I \mathbf{y}) \Rightarrow \neg (\mathbf{x} \prec_D \mathbf{y} \vee \mathbf{x} \prec_I \mathbf{y})$$

- ▶ ... dla ujawnionych preferencji
- ▶ SARP jest warunkiem koniecznym i wystarczającym istnienia racjonalnej relacji preferencji pasującej do obserwowanych wyborów konsumenta

Preferencje ujawnione

► Obserwacje zgodne z WARP, ale sprzeczne z SARP:

► Konsument dokonywał następujących wyborów:

- Przy cenach $(p_1, p_2, p_3) = (1, 3, 10)$ wybierał $(x_1, x_2, x_3) = (3, 1, 4)$
- Przy cenach $(p_1, p_2, p_3) = (4, 3, 6)$ wybierał $(x_1, x_2, x_3) = (2, 5, 3)$
- Przy cenach $(p_1, p_2, p_3) = (1, 1, 5)$ wybierał $(x_1, x_2, x_3) = (4, 4, 3)$

► Koszt koszyków:

Wybory Ceny	(3,1,4)	(2,5,3)	(4,4,3)
(1,3,10)	46	47	46
(4,3,6)	39	41	46
(1,1,5)	24	22	23

Koszyki
wybrane

Dostępne
koszyki
niewybrane

Preferencje ujawnione

- Czy poniższe obserwacje są sprzeczne z WARP?

Wybory Ceny	(3,1,4)	(2,5,3)	(4,4,3)
(1,3,10)	46	47	46
(4,3,6)	39	41	46
(1,1,5)	24	22	23

	A	B	C
A	–	I	D
B	D	–	I
C	I	D	–

- Dane są zgodne z WARP, ale ...
- $A \succ_D C \wedge B \succ_D A \wedge C \succ_D B$
- Z przechodniości wynika więc, że $A \succ_I B \wedge B \succ_I C \wedge C \succ_I A$
- SARP nie jest spełniony ...

Preferencje ujawnione

- ▶ Znając wybory konsumenta spełniające SARP można określić przybliżone położenie krzywych obojętności

- ▶ Załóżmy, że obserwujemy:

$$A: (p_1, p_2) = (1, 1) \Rightarrow (x_1, x_2) = (15, 15)$$

$$B: (p_1, p_2) = (2, 1) \Rightarrow (x_1, x_2) = (10, 20)$$

$$C: (p_1, p_2) = (1, 2) \Rightarrow (x_1, x_2) = (20, 10)$$

$$D: (p_1, p_2) = (2, 5) \Rightarrow (x_1, x_2) = (30, 12)$$

$$E: (p_1, p_2) = (5, 2) \Rightarrow (x_1, x_2) = (12, 30)$$

- ▶ Gdzie leży krzywa obojętności zawierająca koszyk (15,15)?



Preferencje ujawnione

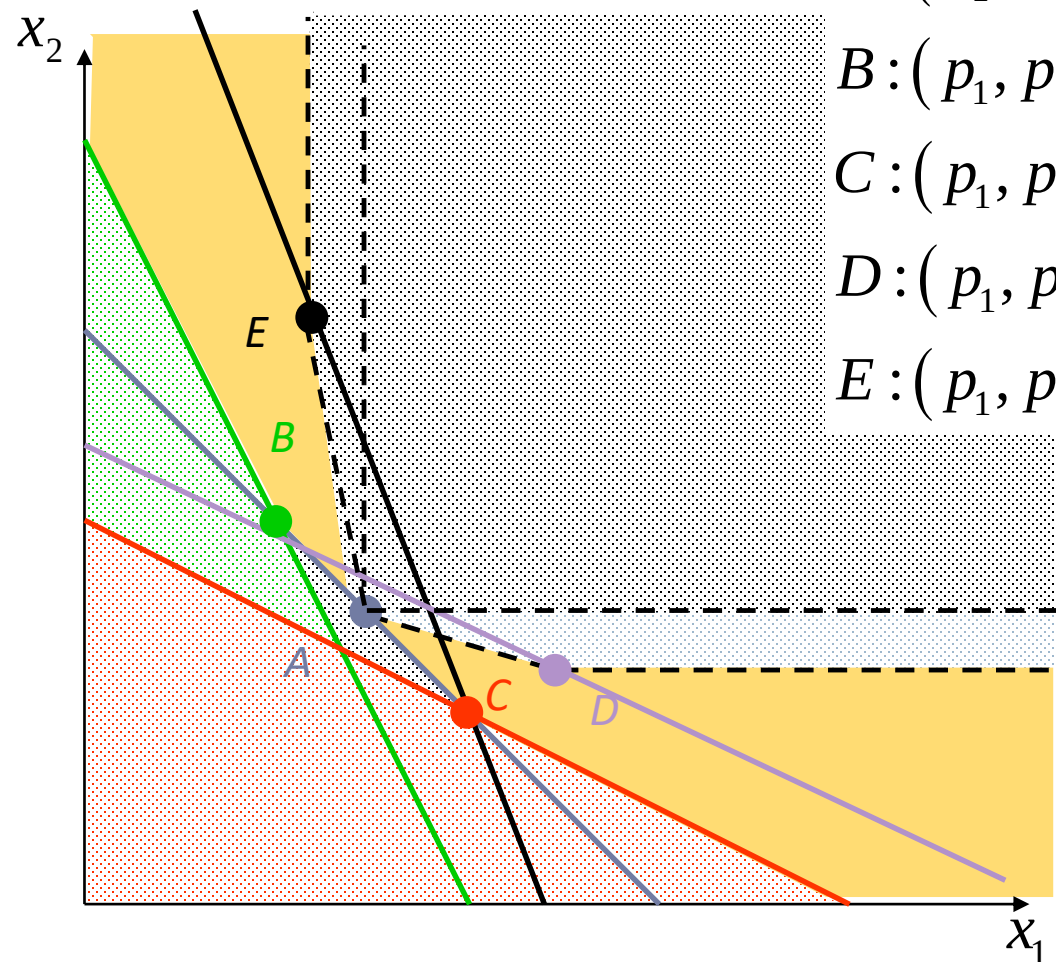
- ▶ WARP jest spełniony:

	A	B	C	D	E
A	–	D	D		
B		–			
C			–		
D	D	D	D	–	
E	D	D	D		–

- ▶ Pośrednio ujawnione preferencje nie dają dodatkowych informacji, więc tabela bez zmian i SARP także spełniony
- ▶ Skoro SARP spełniony – istnieje racjonalna relacja preferencji, która ‘tłumaczy’ obserwowane wybory



Preferencje ujawnione



$$A: (p_1, p_2) = (1, 1) \Rightarrow (x_1, x_2) = (15, 15)$$

$$B: (p_1, p_2) = (2, 1) \Rightarrow (x_1, x_2) = (10, 20)$$

$$C: (p_1, p_2) = (1, 2) \Rightarrow (x_1, x_2) = (20, 10)$$

$$D: (p_1, p_2) = (2, 5) \Rightarrow (x_1, x_2) = (30, 12)$$

$$E: (p_1, p_2) = (5, 2) \Rightarrow (x_1, x_2) = (12, 30)$$

Znamy dolne i górne ograniczenie tego, gdzie może leżeć krzywa obojętności

Niespełniony WARP/SARP

- ▶ Co to znaczy, że ujawnione preferencje nie są zgodne z WARP/SARP?
 - ▶ Preferencje konsumenta mogły ulec zmianie
 - ▶ Preferencje konsumenta najprawdopodobniej nie są racjonalne – konsument nie maksymalizował użyteczności
- ▶ W praktyce bardzo trudno obserwować wybory konsumenta z pewnością, że zarówno wybierane dobra jak i preferencje nie uległy zmianie
 - ▶ Np. preferencje konsumenta mogą być inne gdy robi zakupy w supermarkecie i inne gdy kupuje na stacji benzynowej będąc w podróży



Precyzja wypowiedzi

- ▶ Skoro SARP spełniony – istnieje racjonalna relacja preferencji, która ‘tłumaczy’ obserwowane wybory
- ▶ Czy SARP jest spełniony zawsze? Dla zaobserwowanych wyborów?
- ▶ Czy istnieje racjonalna relacja preferencji? Czy też nie zaobserwowałem wyborów, które by sugerowały, że preferencje nie są racjonalne
 - ▶ Może gdybym zaobserwował jeszcze 5 wyborów wnioski uległy by zmianie?
- ▶ Wnioskowanie jest proste gdy chcemy zaprzeczyć, ale bardzo trudny gdy chcemy powiedzieć, że coś jest zawsze prawdziwe.



Indeksy

- ▶ Na skutek zmian cen konsumenci mogą znaleźć się w lepszej lub gorszej sytuacji
- ▶ Indeksy – pozwalają na przybliżone porównanie sytuacji
 - ▶ Ponieważ na skutek zmian cen konsumenci mogli również zmienić konsumpcję – porównuje się wydatki w okresie bazowym i w okresie obecnym
 - ▶ Indeksy ilościowe vs. indeksy cenowe
 - ▶ Indeksy ilościowe – porównujemy ilości konsumowane w dwóch okresach ważąc je cenami

$$I_q = \frac{p_1 x_1^t + p_2 x_2^t}{p_1 x_1^b + p_2 x_2^b}$$

- ▶ Ceny (p_1, p_2) mogą być mierzone w okresie bazowym (p_1^b, p_2^b) lub w okresie bieżącym (p_1^t, p_2^t)

Indeksy

- ▶ Indeks ilościowy, w którym ilości ważone są cenami z okresu bazowego – *Indeks ilościowy Laspeyresa*

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}$$

- ▶ Indeks ilościowy, w którym ilości ważone są cenami z okresu bieżącego – *Indeks ilościowy Paaschego*

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}$$

Indeksy

► Wykorzystanie indeksów do porównań dobrobytu:

- Jeśli $L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < 1$ to $p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t < p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b$
- Koszyk kupowany w okresie bazowym warty jest więcej niż koszyk kupowany obecnie (po cenach z okresu bazowego)
- Konsumenta w okresie bazowym stać było także na obecny koszyk
- Konsument w okresie bazowym miał się lepiej niż obecnie
- Jeśli $P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1$ to $p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b$
- Koszyk kupowany w okresie bazowym warty jest mniej niż koszyk kupowany obecnie (po cenach z okresu bieżącego)
- Konsumenta obecnie stać także i na stary koszyk
- Konsument w okresie bazowym miał się gorzej niż obecnie

Indeksy

- ▶ Indeksy cenowe – porównujemy ceny w dwóch okresach wając je konsumowanymi ilościami

$$I_p = \frac{p_1^t x_1 + p_2^t x_2}{p_1^b x_1 + p_2^b x_2}$$

- ▶ Ilości (x_1, x_2) mogą być ilościami konsumowanymi w okresie bazowym (x_1^b, x_2^b) lub w okresie bieżącym (x_1^t, x_2^t)

Indeksy

- ▶ Indeks cenowy, w którym ceny ważone są ilościami z okresu bazowego – *Indeks cenowy Laspeyresa*

$$P_L = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}$$

- ▶ Indeks cenowy, w którym ceny ważone są ilościami z okresu bieżącego – *Indeks cenowy Paaschego*

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}$$

- ▶ Zdefiniujemy stosunek wydatków w okresie bieżącym do wysokości wydatków w okresie bazowym

$$M = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}$$

Indeksy

▶ Wykorzystanie indeksów do porównań dobrobytu:

▶
$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} = M \text{ to } p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b < p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t$$

▶ Koszyk kupowany w okresie bazowym warty jest mniej niż koszyk kupowany obecnie (po cenach z okresu bieżącego)

▶ Konsumenta obecnie stać także i na stary koszyk

▶ Konsument w okresie bazowym miał się gorzej niż obecnie

▶
$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} > \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} = M \text{ to } p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t < p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b$$

▶ Koszyk kupowany w okresie bazowym warty jest więcej niż koszyk kupowany obecnie (po cenach z okresu bazowego)

▶ Konsumenta w okresie bazowym stać było także na obecny koszyk

▶ Konsument w okresie bazowym miał się lepiej niż obecnie

Indeksy – znaczenie

- ▶ Trzeba pamiętać, że indeksy i zmiany ich wartości informują nas wyłącznie o tym co gwarantuje ich definicja
 - ▶ Indeksy nie posiadają naturalnego znaczenia
- ▶ Zazwyczaj indeksy interpretujemy dla średniego/przeciętnego konsumenta
 - ▶ Tymczasem nawet gdy konsumentów jest milion żaden z nich może nie być taki jak konsument średni
- ▶ W praktyce gdy konsumpcja konsumenta mocno odbiega od średniej nasze wnioski dotyczące średniego konsumenta mogą nie być prawdziwe



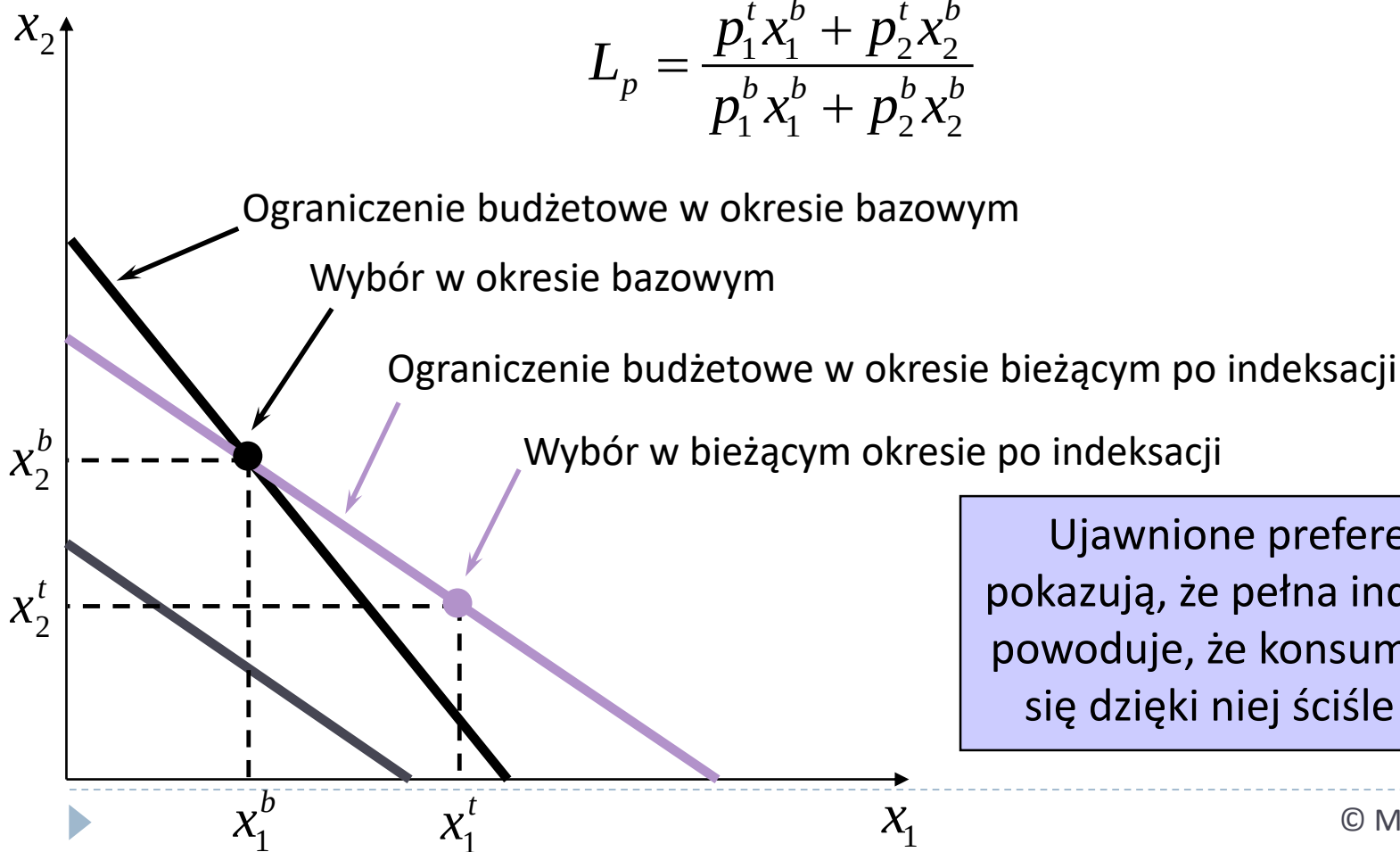
‘Pełna indeksacja’ – case study

- ▶ Indeksacją nazywany jest proces dostosowywania świadczeń do zmieniających się cen
- ▶ ‘Pełna indeksacja’ ma miejsce wtedy, kiedy świadczenia zwiększane są w tym samym tempie co indeks cenowy mierzący stopę inflacji
- ▶ Często praktyką jest zwiększanie świadczeń (np. emerytur) w stopniu pozwalającym na zachowanie siły nabywczej (np. za pomocą indeksu ilościowego Paaschego)
- ▶ Ale ceny różnych towarów rzadko zmieniają się w tym samym stopniu – inflacja mierzy tylko ich zagregowaną zmianę

‘Pełna indeksacja’ – case study

- Indeks cenowy Laspeyresa mierzy różnice wydatków wykorzystując ilości z okresu bazowego

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}$$



Ujawnione preferencje pokazują, że pełna indeksacja powoduje, że konsument ma się dzięki niej ściśle lepiej

‘Pełna indeksacja’ – case study

► Jak duży jest ten efekt w US CPI?

Autor	Oszacowanie	Przedział ufności
Adv. Commission to Study the CPI (1995)	1%	0,7 - 2,0%
Congressional Budget Office (1995)	–	0,2 - 0,8%
Alan Greenspan (1995)	–	0,5 - 1,5%
Shapiro & Wilcox (1996)	1%	0,6 - 1,5%

- Przyjmując, że emeryt corocznie korzysta na indeksacji o 1%, po 20 latach jego emerytura jest ...
- $(1 + 0,01)^{20} = 1,01^{20} = 1,22$
- Realnie o 22% wyższa

Czy stwierdzenia są prawdziwe czy fałszywe?

1.2.40. Jeżeli preferencje konsumenta opisują gładkie i wypukłe krzywe obojętności i uważa on, że koszyki dóbr X i Y : $(2, 10)$ oraz $(11, 1)$, przynoszą mu takie samo zadowolenie, to uzna koszyk $(8, 10)$ za równie satysfakcjonujący.

Rozwiąż zadania:

1.4.37. Minister finansów chce określić wysokość miesięcznej rekompensaty, mającej wyrównać emerytom straty wynikłe ze wzrostu ceny mleka z 70 gr do 1 zł. Ze statystyk GUS wiadomo, że w gospodarstwie domowym emeryta spożywa się przeciętnie 0,5 l mleka dziennie. Ile wyniesie rekompensata?



1. Jacek wydawał w całości swój tygodniowy dochód kupując 10 gazet w cenie 2 zł/szt. oraz 40 bagietek w tej samej cenie jednostkowej. Na rynku zaszły zmiany, w wyniku których cena gazety spadła do 1 zł/szt., zaś cena bagietki wzrosła do 3 zł/szt. W nowej sytuacji Jacek postanowił inaczej rozdysponowywać swój dochód, który nie uległ zmianie. Kupuje odąd tygodniowo 16 gazet i 28 bagietek. Czy jego dobrobyt poprawił się?



3. Parlament przyjął ustawę, na mocy której świadczenia emerytalne są corocznie rewaloryzowane za pomocą indeksu cen Laspeyresa sprawiając, że mimo wzrostu cen statystyczny emeryt może nabywać dotychczasowy koszyk. Jeśli założymy, że spełniona jest zasada bezpośrednio ujawnionych preferencji, to czy w wyniku ustawy dobrobyt statystycznego emeryta nie ulega pogorszeniu z roku na rok?

9. Pewien student przeznacza cały swój dochód na zakup książek i obiadów w kantynie. Przy cenie \$3 za obiad i \$10 za książkę kupuje 30 obiadów i 3 książki miesięcznie. Cena obiadu spada do \$2,90, a cena książek wzrasta do \$11. Jak ów student oceni nowy układ cen, jako lepszy czy gorszy od poprzedniego?



11. Dla pewnej grupy konsumentów, udział wydatków na żywność w dochodzie wynosił 25%, na transport 5%, na opał i energię 10%. W ciągu roku ceny żywności spadły o 4%, ceny transportu wzrosły o 13%, ceny opału i energii wzrosły o 10%, a ceny pozostałych dóbr i usług nie uległy zmianie. Oblicz indeksy cenowe dla tego przypadku.



12. Między okresem "0" a "1" ceny wszystkich dóbr podwoiły się, a dochody wszystkich konsumentów zwiększyły się trzykrotnie. Które z poniższych twierdzeń jest prawdziwe? Odpowiedź uzasadnij.

- a) Indeks cenowy Laspeyresa będzie mniejszy od dwóch.
- b) Indeks cenowy Paaschego będzie mniejszy od dwóch.



Praca samodzielna

- ▶ Literatura

- ▶ V: 7

- ▶ PR: 3.4, 3.6

- ▶ P: 4.4-5

- ▶ BB: 4.4, 5.7



Praca samodzielna

- ▶ Zadania
 - ▶ HW7 ([www](#))
 - ▶ ZZV: 7

