



Mikroekonomia A.6



Maciej Wilamowski

Statyka porównawcza

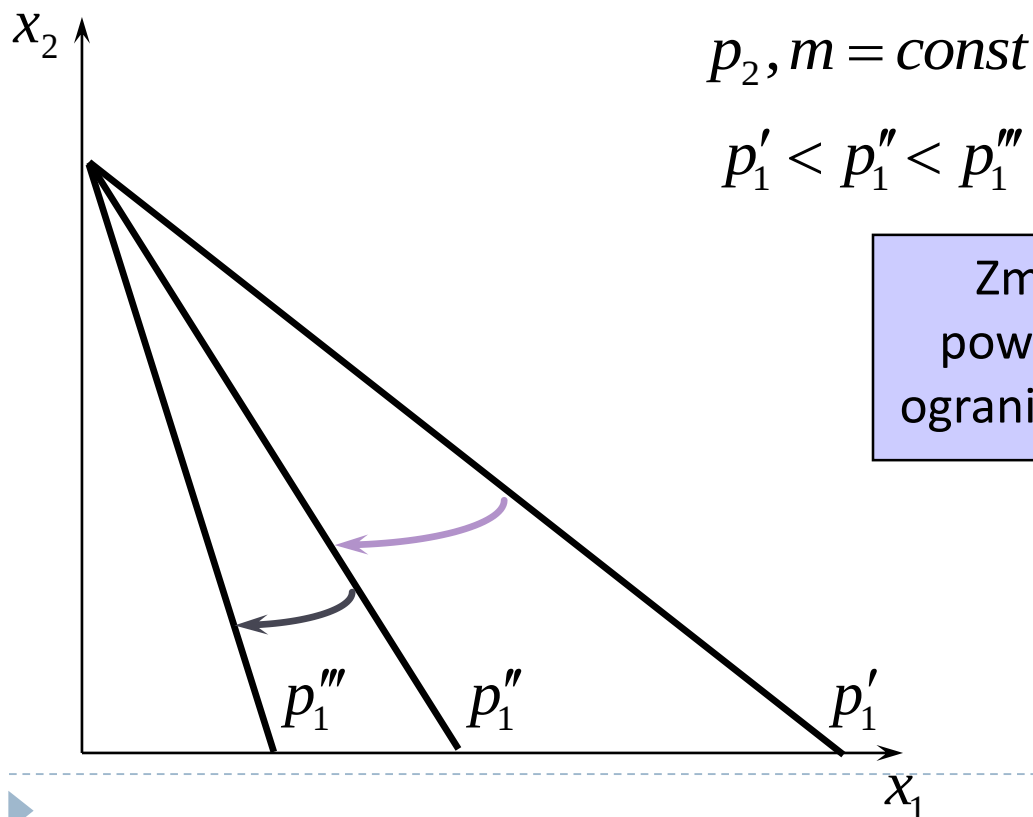
- ▶ *Statyka porównawcza* – w jaki sposób na wybór konsumenta (popyt) wpływa zmiana cen / dochodu
- ▶ Funkcja popytu konsumenta – załóżmy dwa dobra

$$x_1 = x_1(p_1, p_2, m)$$

$$x_2 = x_2(p_1, p_2, m)$$

Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

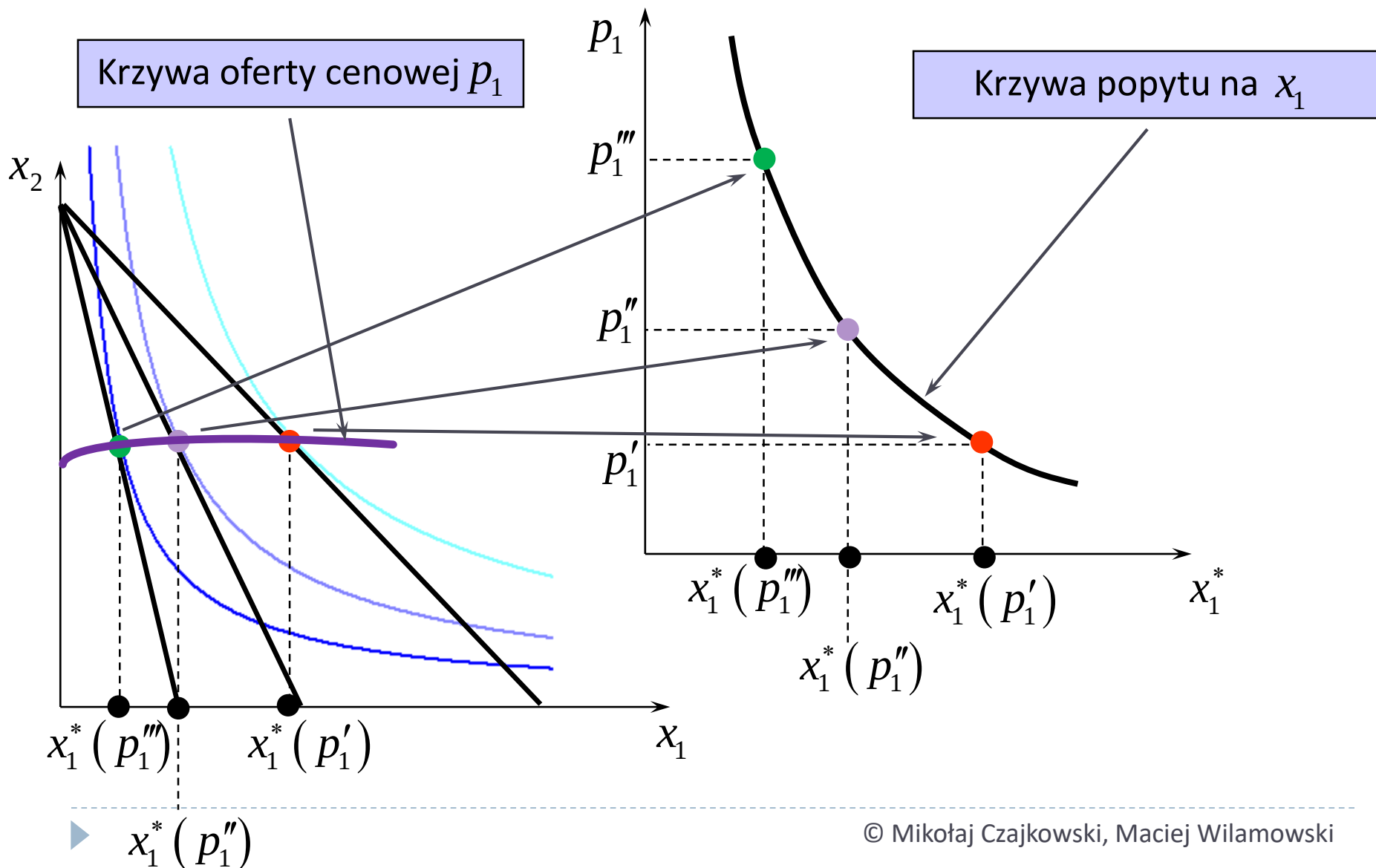
- ▶ Jak zmienia się popyt na x_1 , jeśli zmieniać p_1 , a pozostałe zmienne (p_2, m) utrzymywać na stałym poziomie?
 - ▶ Zmiany ograniczenia budżetowego: $p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$



Zmiany jednej z cen
powodują przesunięcie
ograniczenia budżetowego

Zmiany popytu zależą od
funkcji użyteczności
(krzywych obojętności)

Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny



Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

- ▶ *Krzywa oferty cenowej* (ang. *price-offer curve*) – krzywa obrazująca zależność optymalnych koszyków od zmian jednej z cen
- ▶ *Krzywa popytu* (zwyczajnego, rynkowego, *Marshallowskiego, Walrasowskiego*) – krzywa obrazująca zależność między optymalną (dla konsumenta) ilością pewnego dobra a zmianami jego ceny



Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

- ▶ Krzywa oferty cenowej dla preferencji opisanych funkcją użyteczności Cobba-Douglasa $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$
- ▶ Funkcje popytu:

$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{m}{p_1}$$

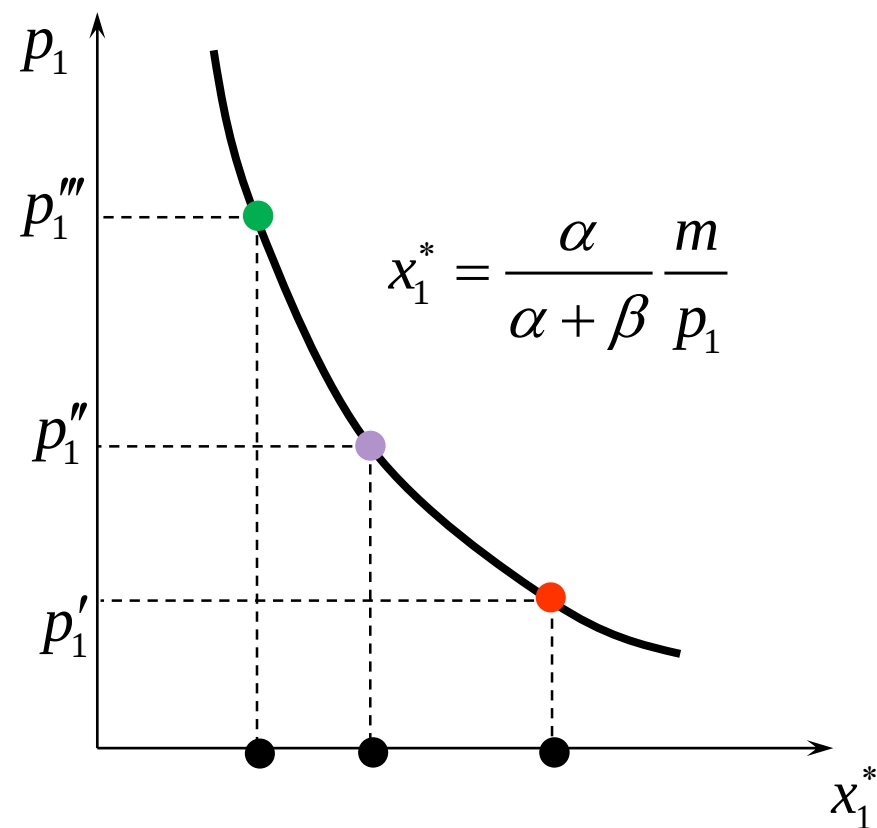
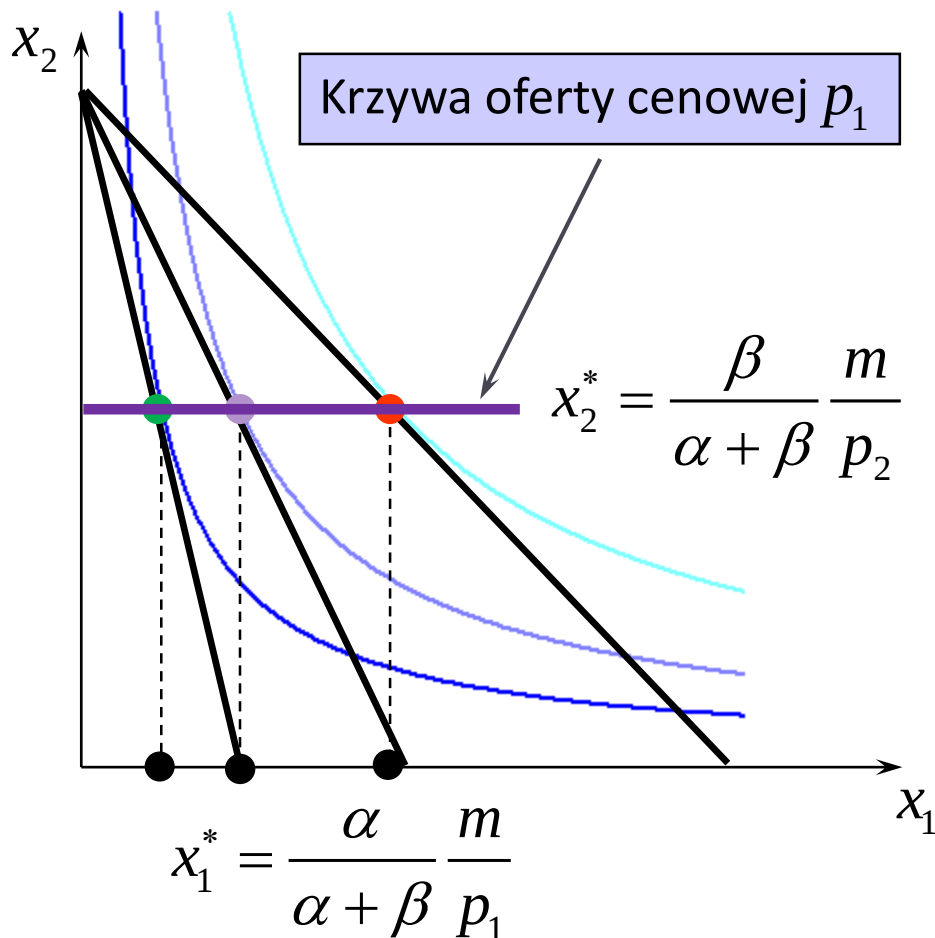
$$x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{m}{p_2}$$

- ▶ Popyt nie zależy od ceny drugiego dobra – krzywa oferty cenowej drugiego dobra stała
- ▶ Krzywa popytu (popyt względem własnej ceny) jest hiperbolą



Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

- Dla funkcji użyteczności Cobba-Douglasa $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$



Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

- ▶ Krzywa oferty cenowej dla dóbr doskonale komplementarnych, np. $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$

- ▶ Funkcje popytu:

$$x_1^*(p_1, p_2, m) = x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

- ▶ Przy zmianach p_1 :

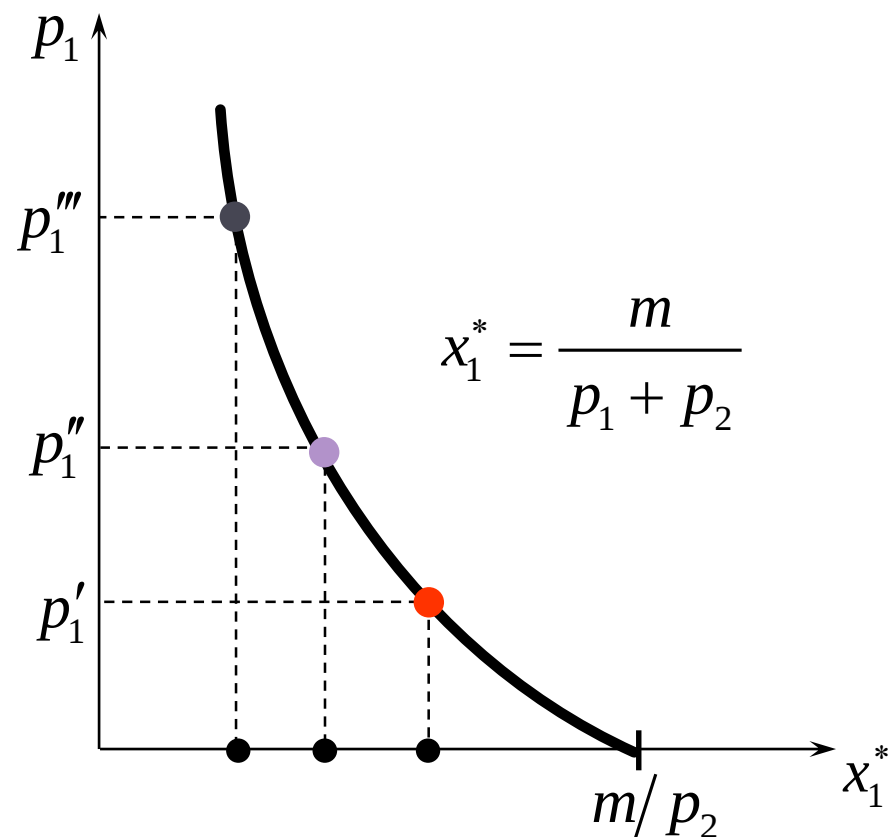
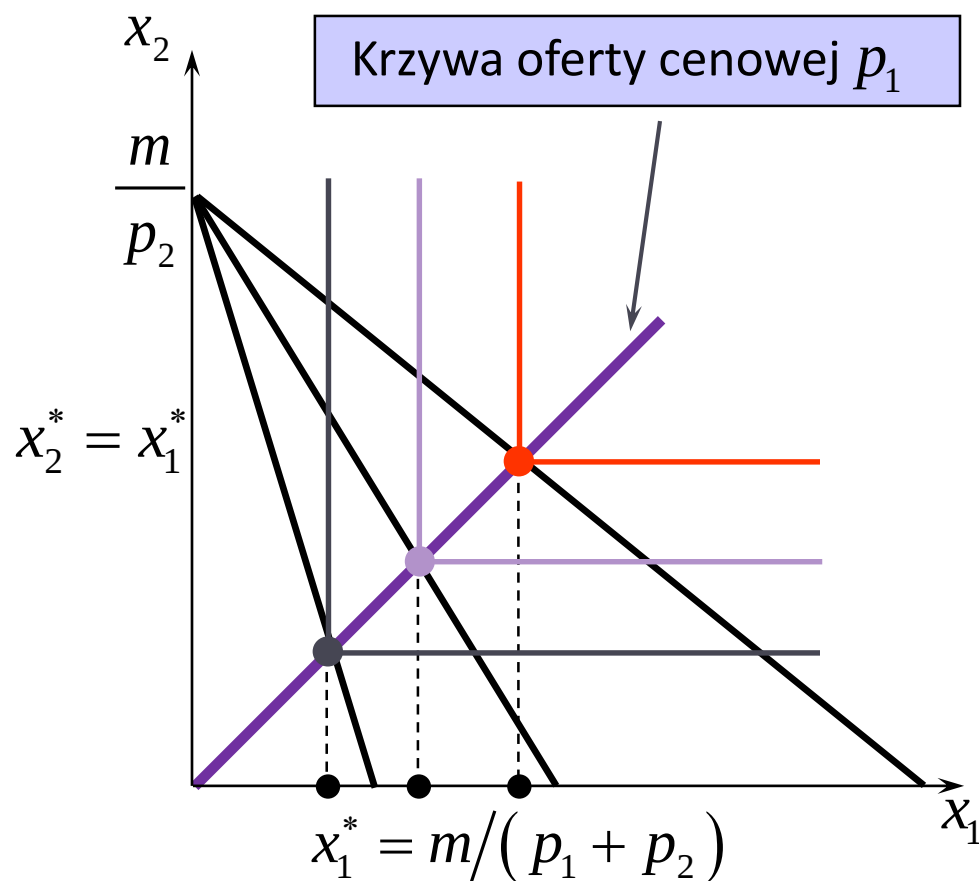
$$\lim_{p_1 \rightarrow 0} x_1^* = x_2^* = \frac{m}{p_2}$$

$$\lim_{p_1 \rightarrow \infty} x_1^* = x_2^* = 0$$



Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

- Krzywa oferty cenowej dla dóbr doskonale komplementarnych, np. $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$



Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

- ▶ Krzywa oferty cenowej dla dóbr doskonale substytucyjnych, np. $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$
 - ▶ Funkcje popytu:

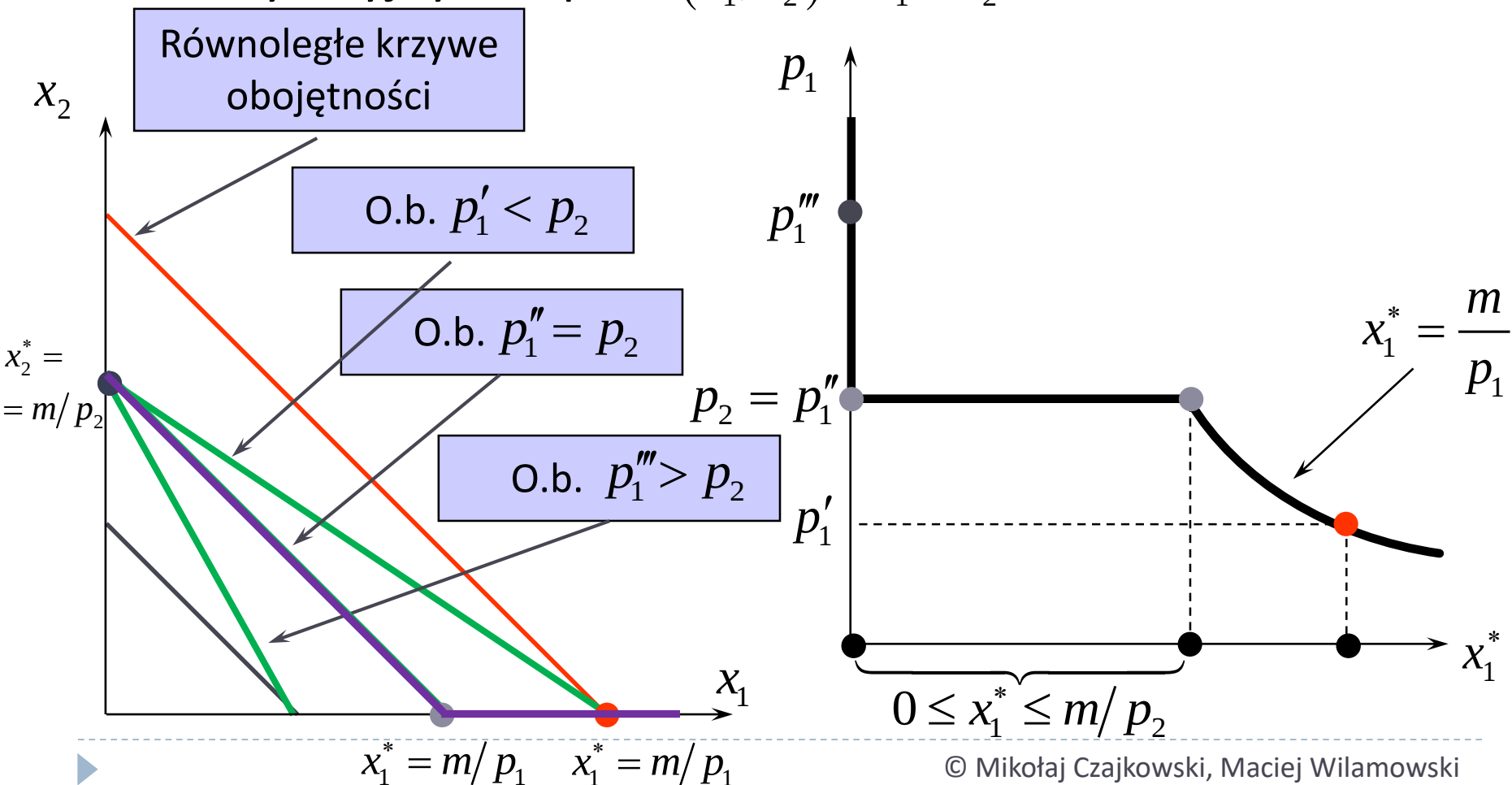
$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \begin{cases} 0 & \text{dla } p_1 > p_2 \\ m/p_1 & \text{dla } p_1 < p_2 \\ (m - p_2 x_2)/p_1 & \text{dla } p_1 = p_2 \end{cases}$$

$$x_2^*(p_1, p_2, m) = \begin{cases} 0 & \text{dla } p_2 > p_1 \\ m/p_2 & \text{dla } p_2 < p_1 \\ (m - p_1 x_1)/p_2 & \text{dla } p_2 = p_1 \end{cases}$$



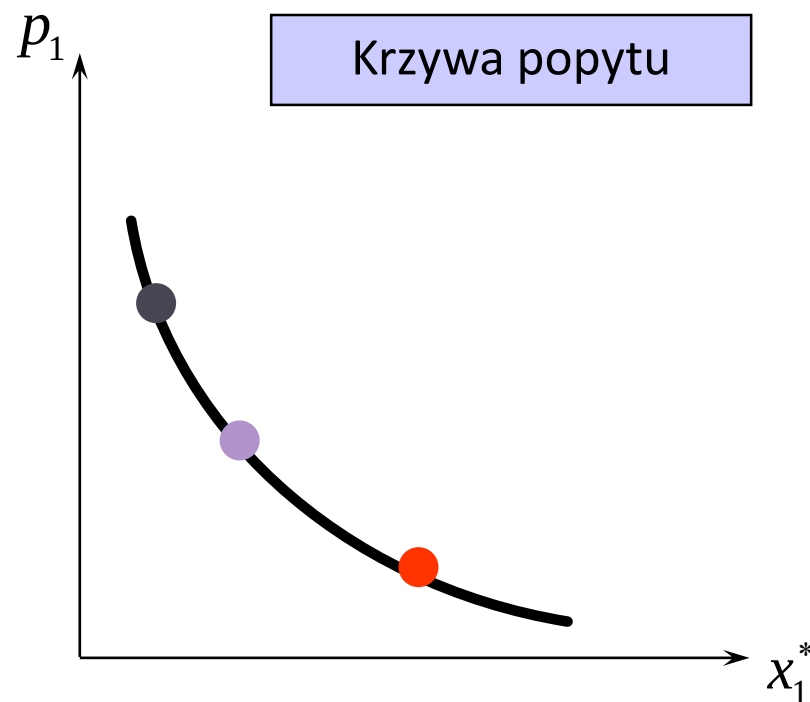
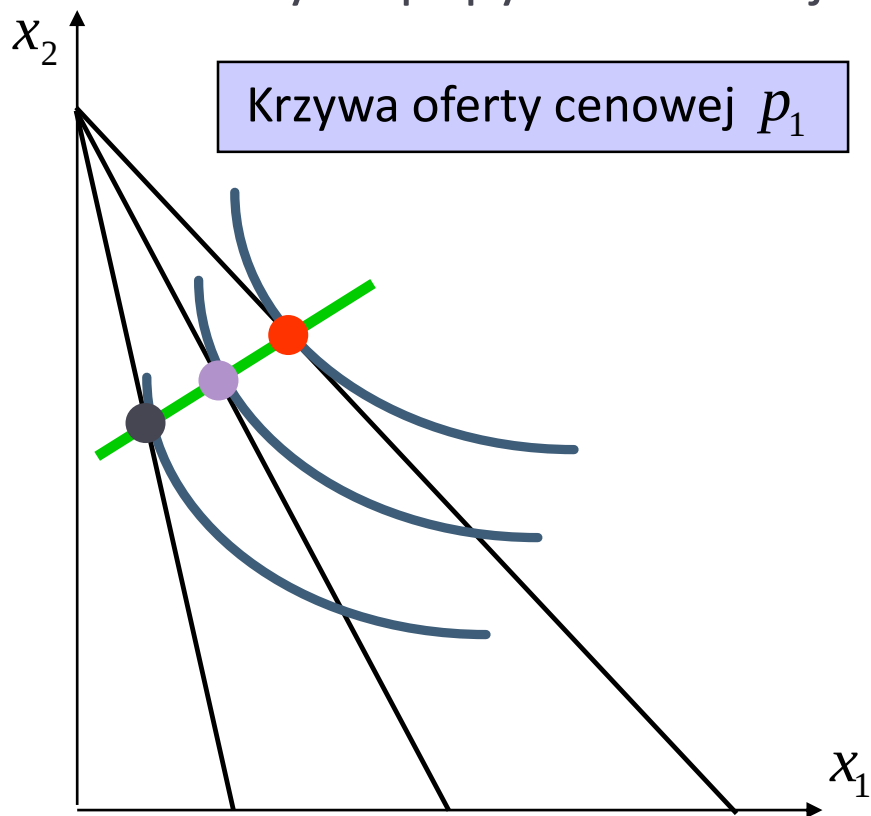
Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

- Krzywa oferty cenowej dla dóbr doskonale substytucyjnych, np. $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$



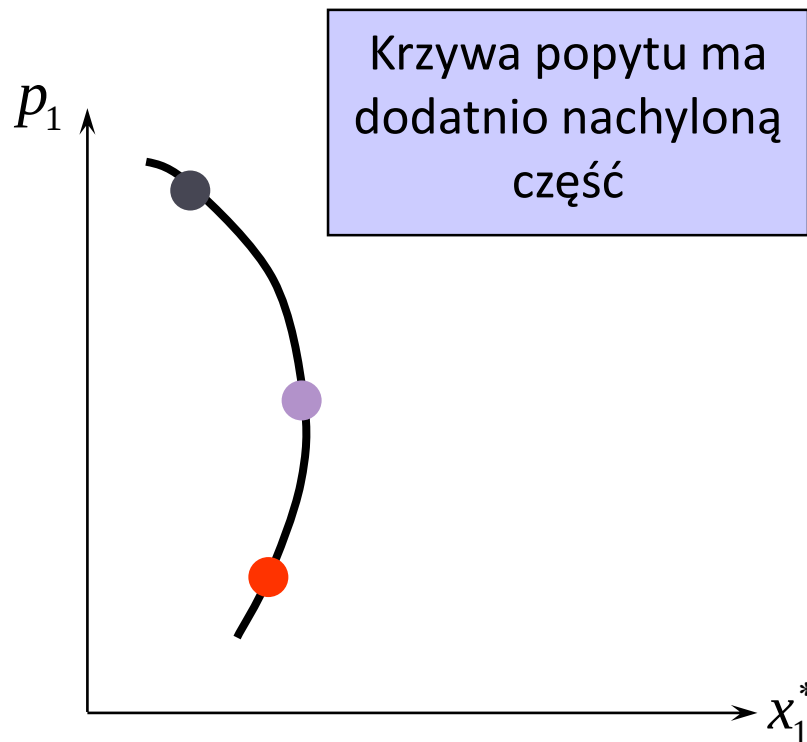
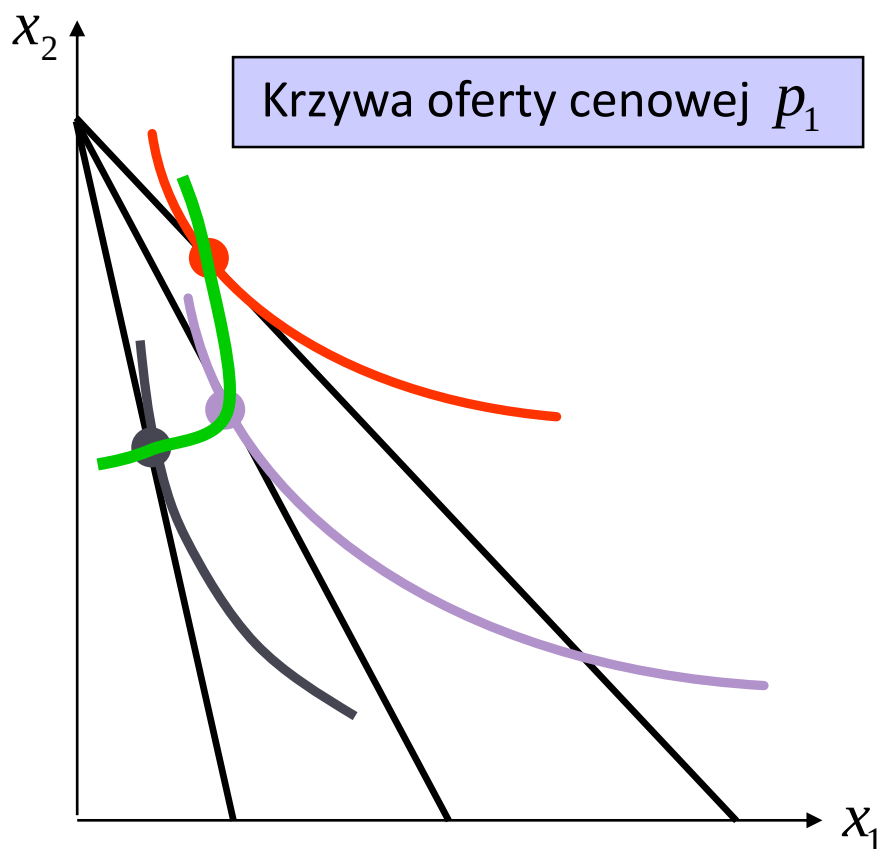
Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

- ▶ *Dobra zwykłe* (ang. *ordinary goods*) – popyt na dane dobro zawsze rośnie ze spadkiem jego ceny
 - ▶ Krzywa popytu zawsze ujemnie nachylona



Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

- *Dobra Giffena* – dla pewnych poziomów cen, przy wzroście ceny dobra popyt na to dobro rośnie



Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

- ▶ Przykłady dóbr Giffena
 - ▶ Ziemniaki i/lub trzoda chlewna podczas wielkiego głodu w Irlandii (1845-1852)
 - ▶ Nafta
- ▶ Dobra Giffena są rzadko spotykane, a ich istnienie trudno jest wykazać. Konieczne jest bowiem wykluczenie innych czynników jak np. równoczesny wzrost ceny innych dóbr substytucyjnych



Elastyczność

- ▶ Interesuje nas nie tylko, w którą stronę zmieni się cena lub ilość, ale także o ile
- ▶ Elastyczność jest miarą **relatywnej** zmiany jednej wielkości na skutek **relatywnej** zmiany innej wielkości
- ▶ Użyteczna, ponieważ pozbawiona jednostek
 - ▶ ‘o ile % zmieni się X , jeśli zmienić Y o 1%’
 - ▶ Mierzy wrażliwość zmiany jednej wielkości na zmiany innej wielkości



Statyka porównawcza – zmiany własnej ceny

▶ Cenowa elastyczność popytu:

- ▶ ‘Relatywna zmiana popytu wynikająca z relatywnej zmiany ceny’

$$Q_D = f(P)$$

$$\varepsilon_P Q_D = \frac{\partial Q / Q}{\partial P / P} = \frac{\partial Q}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q}$$

- ▶ Mierzy jak szybko zmienia się popyt przy zmianach ceny (relatywnie – w odniesieniu do aktualnego poziomu)
- ▶ Dobra zwykłe – elastyczność cenowa popytu < 0
- ▶ Dobra Giffena – elastyczność cenowa popytu > 0



Cenowa elastyczność popytu

▶ Np.

$$Q = 70 - 2P$$

$$\varepsilon_P Q_D = -2 \cdot \frac{P}{Q} = -\frac{2P}{70 - 2P}$$

▶ Więc $\frac{\partial Q}{\partial P}$ stałe, ale przesuwając się po krzywej $\frac{Q}{P}$ zmienne

▶ Dla liniowej krzywej popytu elastyczność różna w różnych punktach krzywej (tak dla większości funkcji)

▶ Np. jeśli obecnie $P = 20$, $Q = 30$

to elastyczność w tym punkcie:

$$\varepsilon_P Q_D = -2 \cdot \frac{20}{30} = -1,33$$

▶ ‘Jeśli cenę zwiększyć o 1% to popyt spadnie o 1,33%’
(niezależnie od jednostek P i Q)

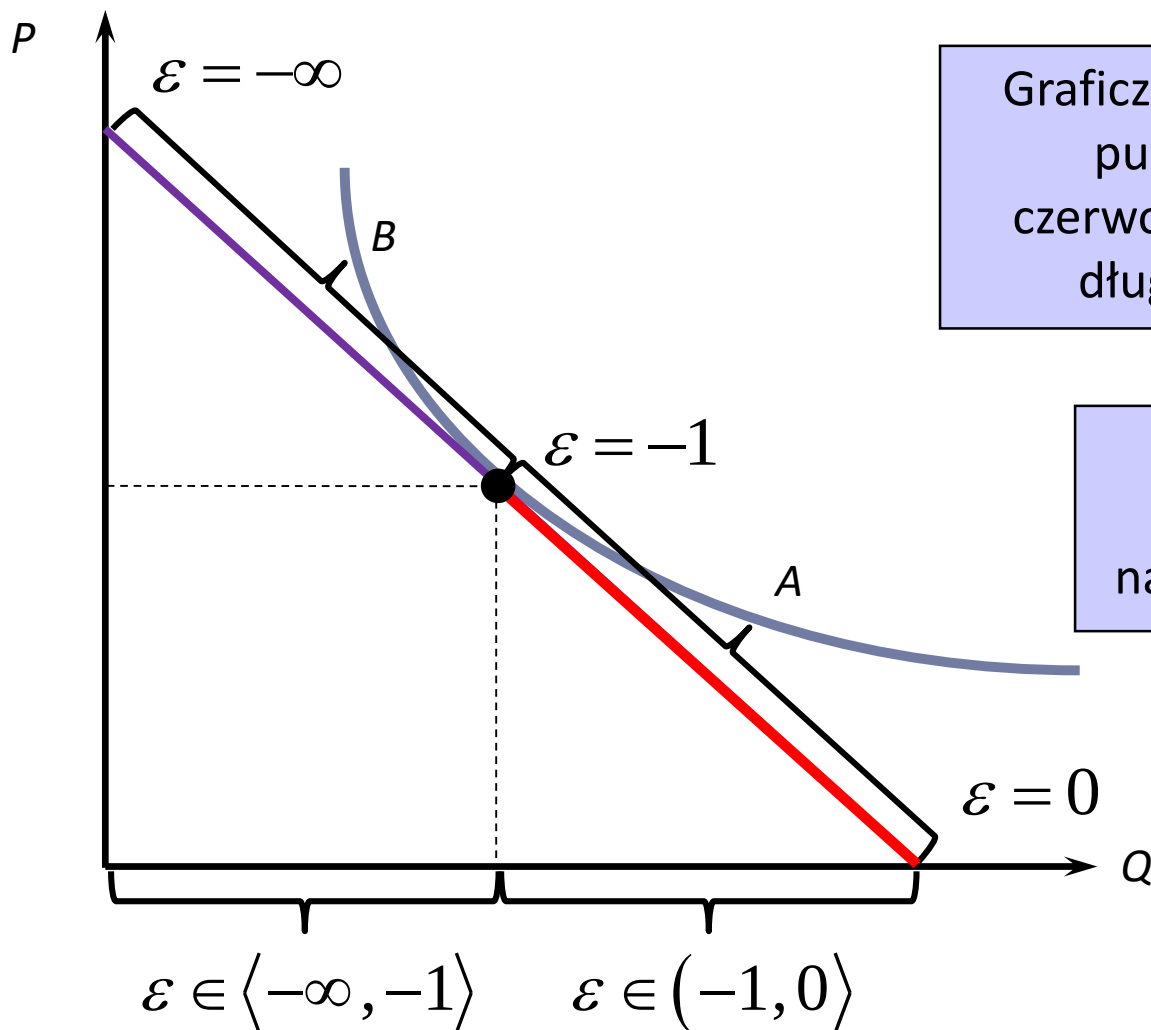


Cenowa elastyczność popytu

- ▶ Cenowa elastyczność popytu
 - ▶ Zwykle ujemna (bo krzywa popytu ujemnie nachylona)
 - ▶ Cena rośnie – popyt maleje
 - ▶ Cena maleje – popyt rośnie
 - ▶ Jeśli elastyczność < -1 – popyt elastyczny
 - ▶ Zmiana ceny o 1% powoduje zmianę popytu o ponad 1%
 - ▶ Jeśli elastyczność > -1 – popyt nieelastyczny
 - ▶ Zmiana ceny o 1% powoduje zmianę popytu o mniej niż 1%
 - ▶ Jeśli elastyczność $= -1$ – popyt ‘jednostkowo elastyczny’



Cenowa elastyczność popytu



Graficznie – elastyczność w punkcie to długość czerwonego odcinka przez długość fioletowego

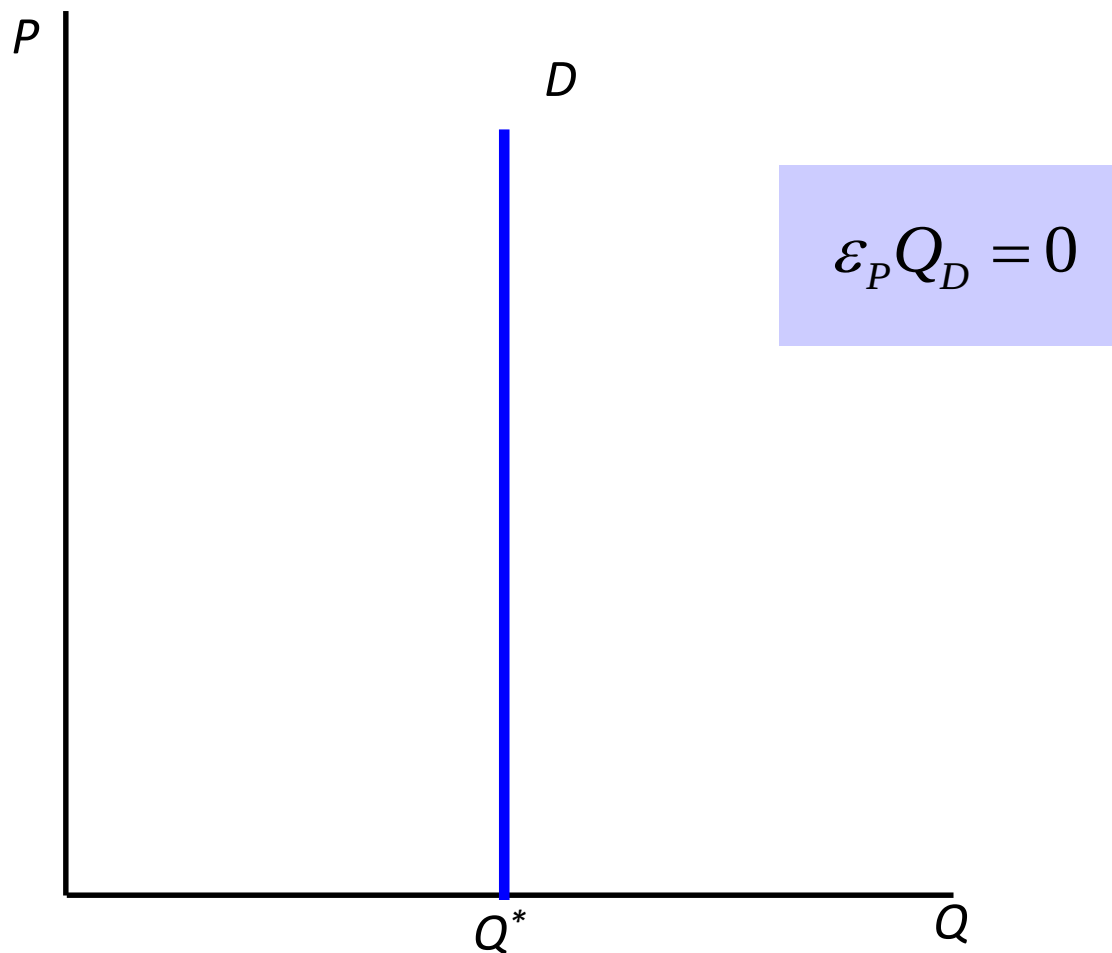
Graficznie – dla funkcji nieliniowej – wystarczy narysować styczną w punkcie

Cenowa elastyczność popytu

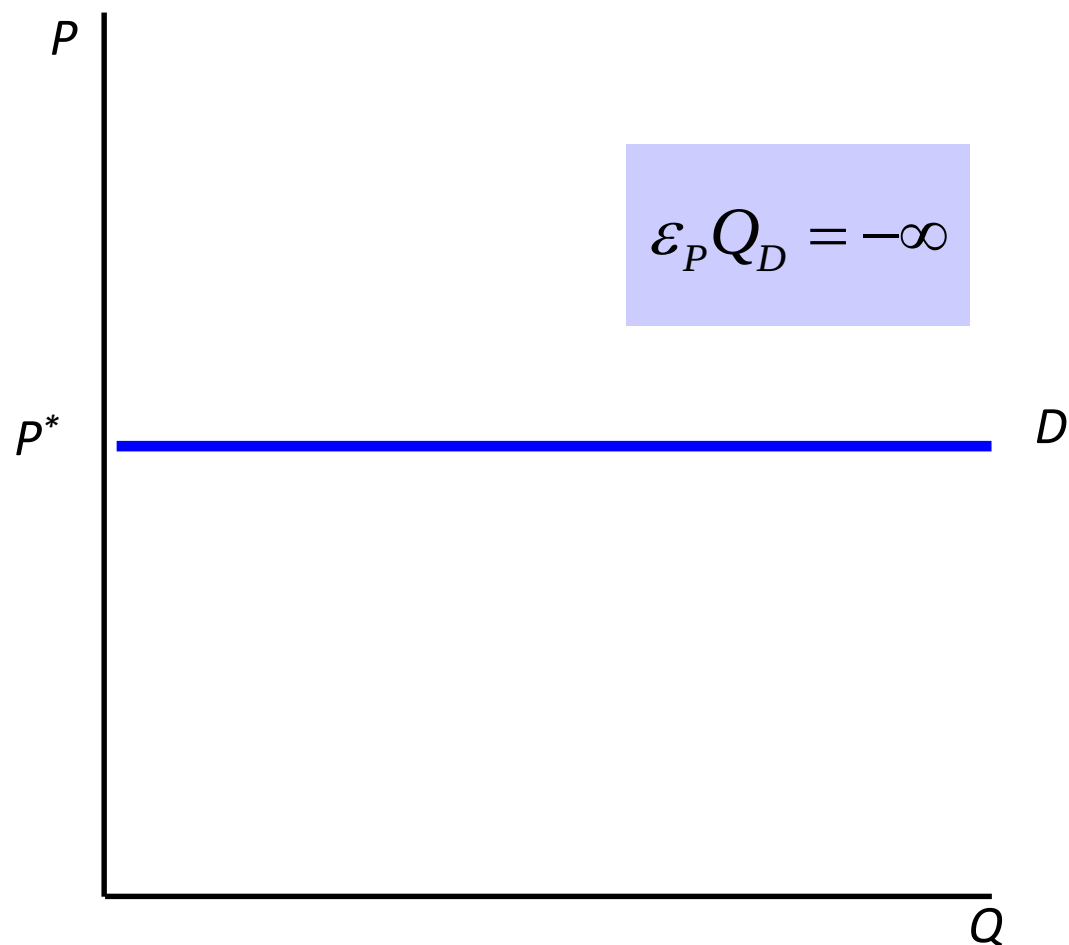
- ▶ Im bardziej stroma krzywa popytu – tym bardziej nieelastyczny popyt (elastyczność bliższa 0)
- ▶ Im bardziej pozioma krzywa popytu – tym bardziej elastyczny popyt (elastyczność bliższa $-\infty$)
 - ▶ Ale nadal może być różna w różnych punktach krzywej
- ▶ W skrajnych przypadkach:
 - ▶ Popyt doskonale nieelastyczny (sztywny) – krzywa pionowa
 - ▶ Popyt doskonale elastyczny – krzywa pozioma



Popyt doskonale nieelastyczny



Popyt doskonale elastyczny



Statyka porównawcza – zmiany ceny innego dobra

- ▶ Jak zmienia się popyt na x_1 , jeśli zmieniać p_2 , a pozostałe zmienne (p_1, m) utrzymywać na stałym poziomie?
 - ▶ Ceny jednych dóbr mogą także wpływać na optymalny wybór i konsumpcję innych
 - ▶ Zmiany ograniczenia budżetowego
 - ▶ Dobra komplementarne lub substytuty
- ▶ *Dobra substytucyjne* (brutto) – wzrost ceny jednego dobra powoduje wzrost popytu na drugie dobro
 - ▶ Dobra zastępują się, np. masło i margaryna
- ▶ *Dobra komplementarne* (brutto) – wzrost ceny jednego dobra powoduje spadek popytu na drugie dobro
 - ▶ Dobra uzupełniają się, np. samochody i benzyna



Statyka porównawcza – zmiany ceny innego dobra

▶ Przykład – dobra doskonale komplementarne

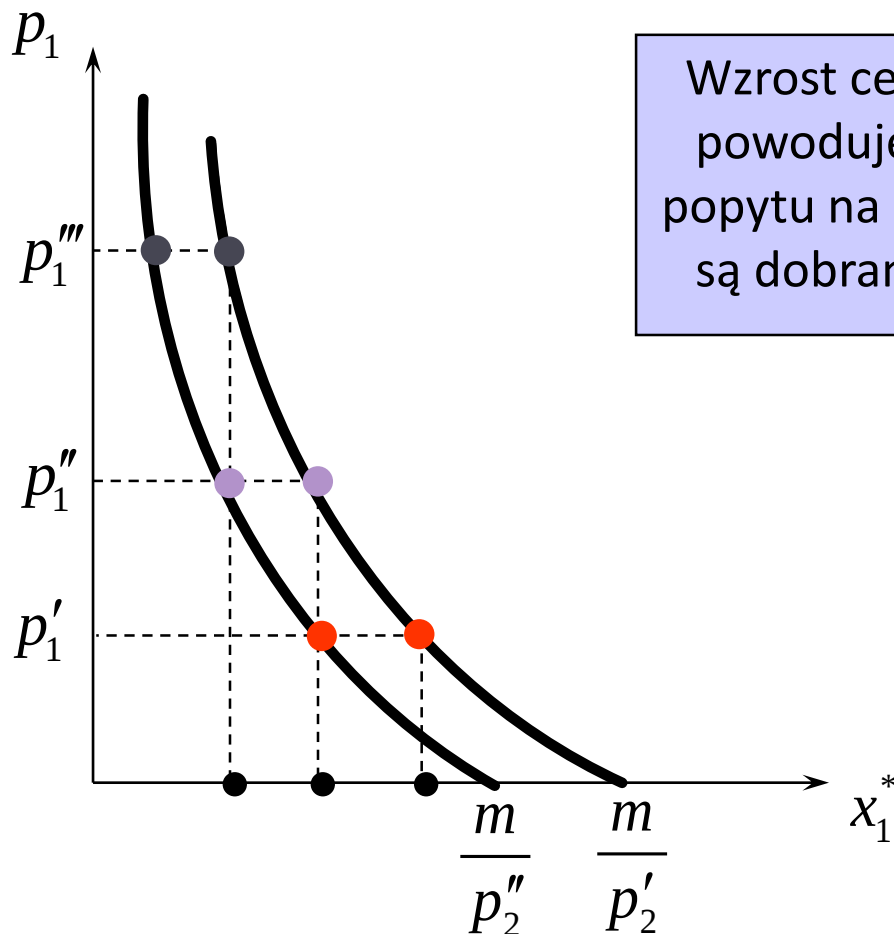
▶ Popyt $x_1^*(\bar{p}_1, p_2, \bar{m}) = \frac{\bar{m}}{\bar{p}_1 + p_2}$

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial p_2} = -\frac{m}{(p_1 + p_2)^2} < 0$$

- ▶ Pochodna < 0 więc wzrost p_2 powoduje spadek x_1^*
- ▶ Dobra są komplementarne (brutto)



Statyka porównawcza – zmiany ceny innego dobra



Wzrost ceny dobra x_2 z p_2' do p_2'' powoduje przesunięcie krzywej popytu na dobro 1 w lewo – dobra są dobrami komplementarnymi

Statyka porównawcza – zmiany ceny innego dobra

▶ Przykład – preferencje Cobba-Douglasa

▶ Popyt
$$x_1^* (\bar{p}_1, p_2, \bar{m}) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{\bar{m}}{\bar{p}_1}$$

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial p_2} = 0$$

- ▶ Nie ma zależności między ceną dobra 2 a popytem na dobro 1
- ▶ Dobra nie są ani komplementarne, ani substytucyjne (brutto)
- ▶ Substytucyjność / komplementarność dóbr można odczytać z krzywej oferty cenowej między ilością jednego dobra a ceną drugiego

Statyka porównawcza – zmiany ceny innego dobra

- ▶ Mieszana cenowa elastyczność popytu (*cross-price elasticity of demand*)
 - ▶ Mierzy jak relatywnie zmieni się popyt na jedno dobro, jeśli zmieni się cena innego dobra
 - ▶ Np.

$$Q_{D_X} = f(P_X, P_Y) = A - BP_X + CP_Y$$

$$\varepsilon_{P_Y} Q_{D_X} = \frac{\partial Q_X / Q_X}{\partial P_Y / P_Y} = \frac{\partial Q_X}{\partial P_Y} \cdot \frac{P_Y}{Q_X}$$



Inne rodzaje elastyczności

- ▶ Mieszana cenowa elastyczność popytu
 - ▶ Jeśli mieszana elastyczność popytu < 0
 - ▶ Wzrost ceny dobra Y powoduje spadek popytu na dobro X
 - ▶ Jeśli mieszana elastyczność popytu > 0
 - ▶ Wzrost ceny dobra Y powoduje wzrost popytu na dobro X
- ▶ Dobra komplementarne $Q_{D_X} = f(P_X, P_Y) = A - BP_X - CP_Y$
 - ▶ Mieszana elastyczność popytu < 0
 - ▶ Cena jednego rośnie – popyt na drugie spada
- ▶ Dobra substytucyjne $Q_{D_X} = f(P_X, P_Y) = A - BP_X + CP_Y$
 - ▶ Mieszana elastyczność popytu > 0
 - ▶ Cena jednego rośnie – popyt na drugie rośnie



Znaczenie analizy elastyczności

- ▶ W praktyce dokładne poznanie preferencji konsumentów i/lub funkcji popytu dla pełnego zakresu cen i dochodów jest bardzo kosztowne.
- ▶ Z tego powodu decyzje firm często opierają się o analizę elastyczności.
- ▶ Przykłady działań pozwalających na poznanie elastyczności cenowej popytu:
 - ▶ Tymczasowe promocje np. kupony do KFC czy McDonalda
 - ▶ Negocjowanie kontraktów indywidualnych pomiędzy firmami (rynek B2B).



Statyka porównawcza – zmiany dochodu

- ▶ Zmiany popytu mogą wynikać także ze zmian dochodu – przy założeniu, że poziom cen pozostaje niezmienny
- ▶ Np. dla preferencji Cobba-Douglasa: $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$

- ▶ Popyty

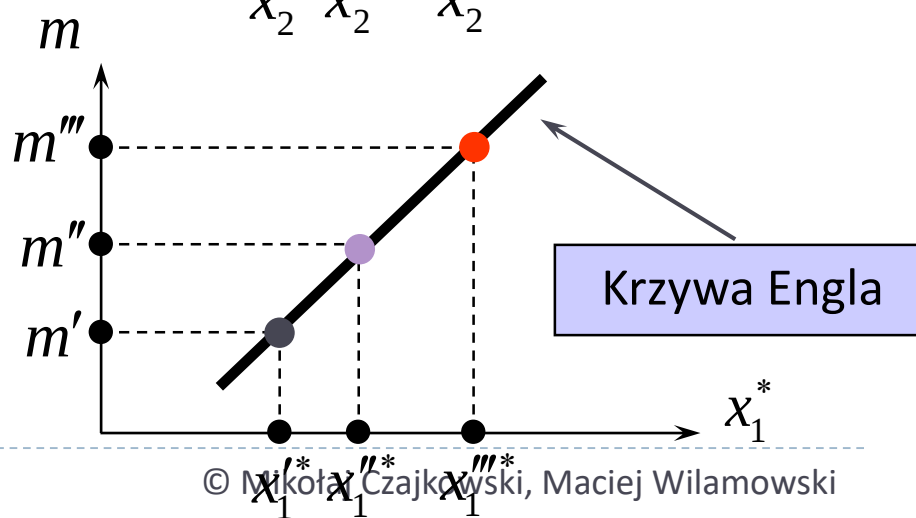
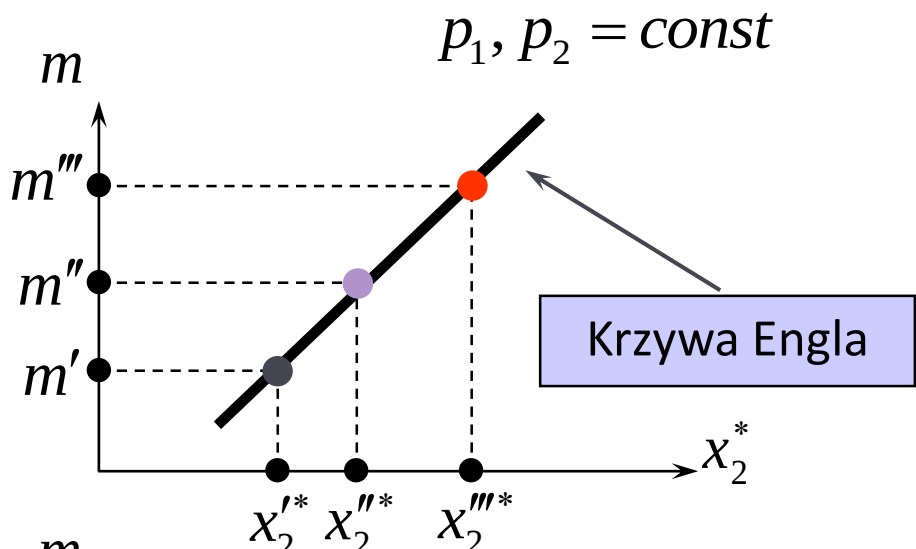
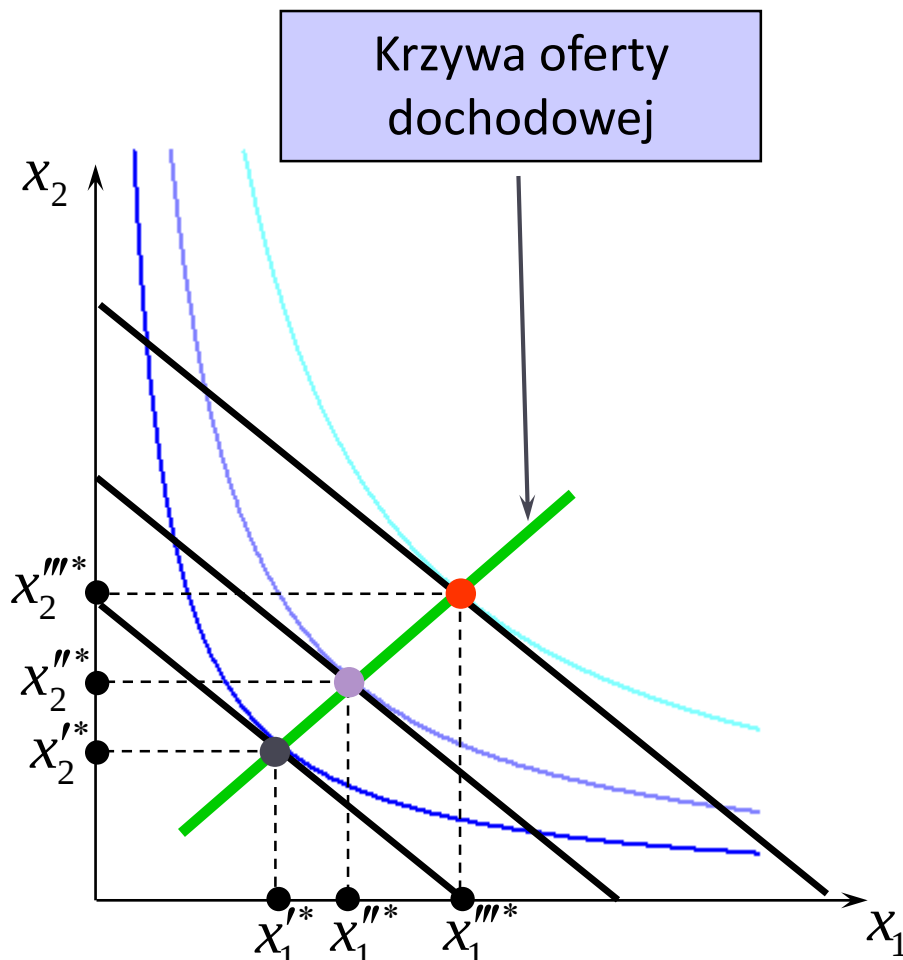
$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{m}{p_1}$$

$$x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{m}{p_2}$$



Statyka porównawcza – zmiany dochodu

- ▶ Optymalny wybór przy zmianach dochodu $m' < m'' < m'''$



Statyka porównawcza – zmiany dochodu

- ▶ *Krzywa oferty dochodowej*, (ang. *income-offer curve*; *ścieżka ekspansji dochodu*, *krzywa zapotrzebowania*) – krzywa obrazująca zależność optymalnych koszyków od zmian dochodu
- ▶ *Krzywa Engla* (ang. *Engel curve*) – krzywa obrazująca zależność między optymalną (dla konsumenta) ilością pewnego dobra a zmianami jego dochodu

Statyka porównawcza – zmiany dochodu

- ▶ Wyznaczanie krzywych Engla
- ▶ Przykład preferencji Cobba-Douglasa $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$
 - ▶ Funkcje popytu:

$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{m}{p_1}$$

$$x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{m}{p_2}$$

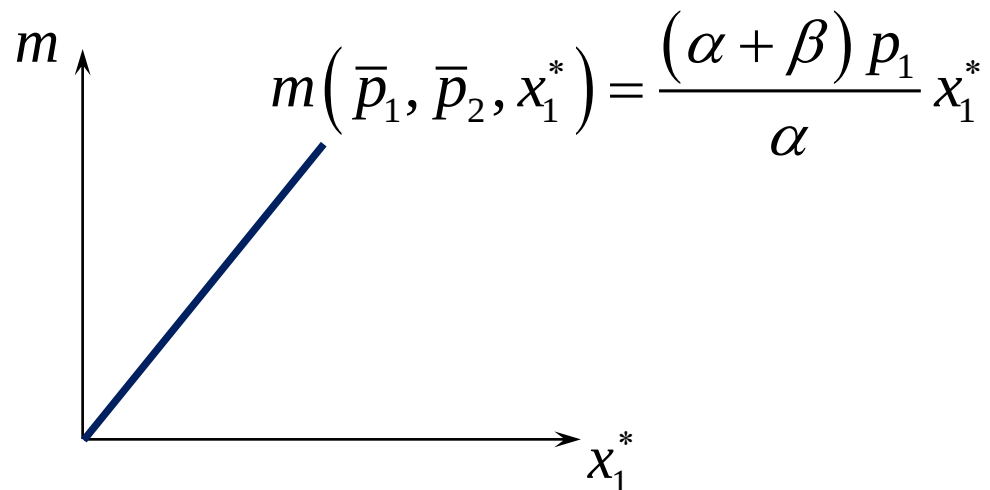
- ▶ Krzywe Engla:

$$m(\bar{p}_1, \bar{p}_2, x_1^*) = \frac{(\alpha + \beta) p_1}{\alpha} x_1^* \quad \text{– Krzywa Engla dla dobra 1}$$

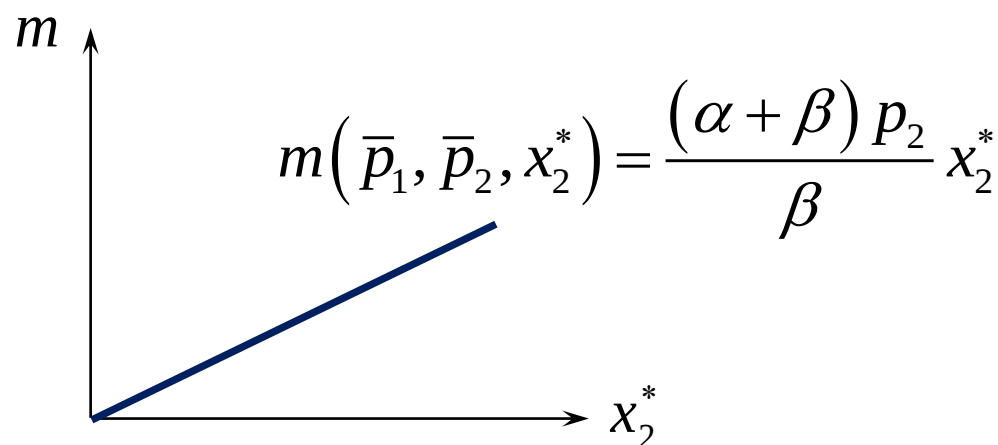
$$m(\bar{p}_1, \bar{p}_2, x_2^*) = \frac{(\alpha + \beta) p_2}{\beta} x_2^* \quad \text{– Krzywa Engla dla dobra 2}$$

Statyka porównawcza – zmiany dochodu

► Krzywe Engla



Krzywa Engla dla dobra 1



Krzywa Engla dla dobra 2

Statyka porównawcza – zmiany dochodu

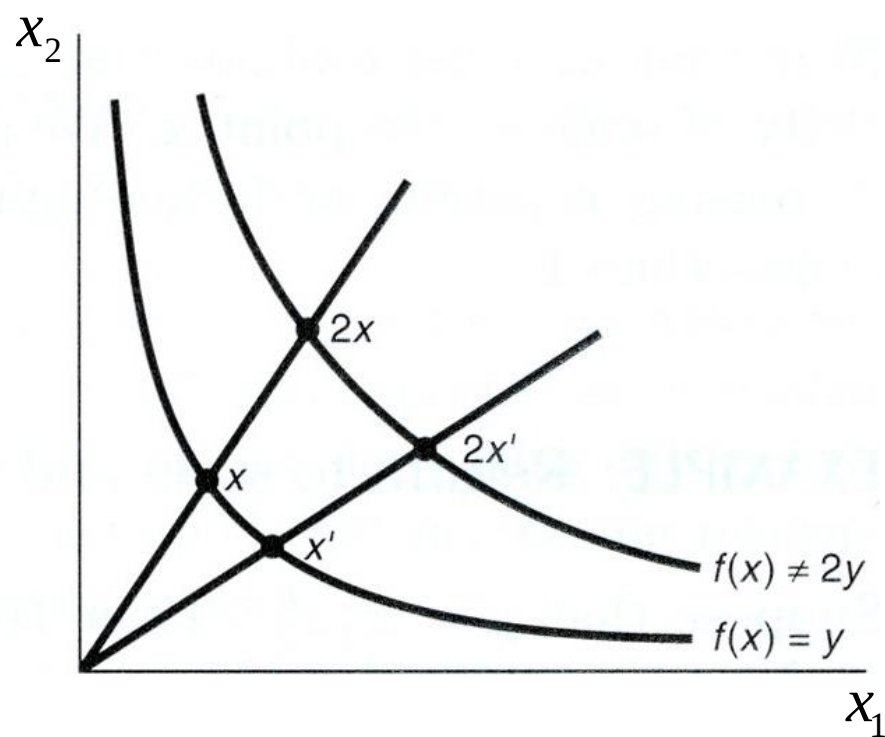
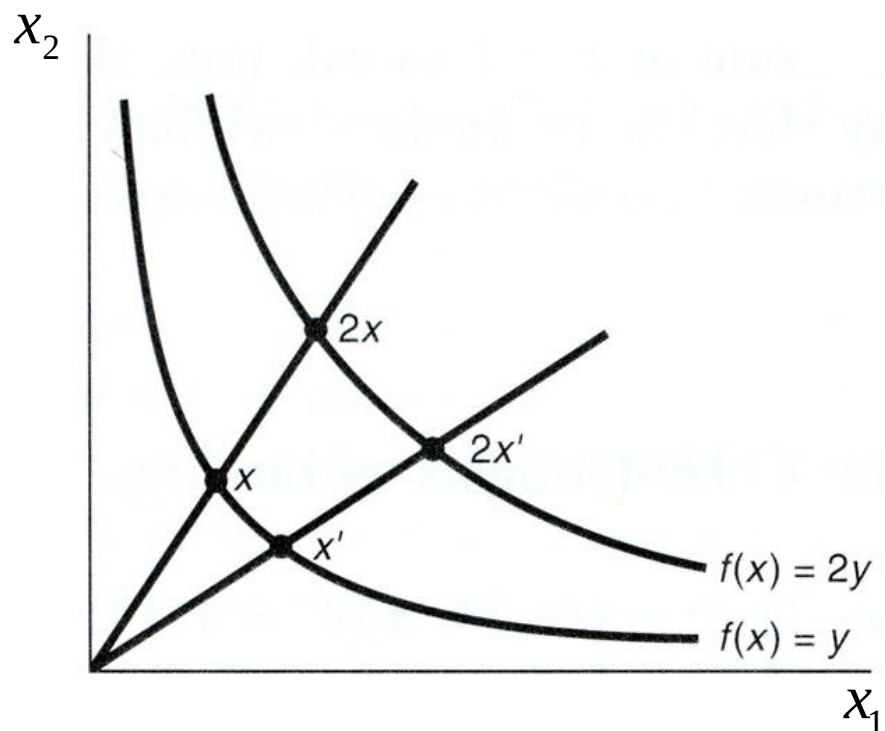
- ▶ Analogicznie krzywe Engla można wyznaczyć dla innych przypadków
- ▶ W dotychczasowych przykładach krzywe Engla prostymi
 - ▶ Czy krzywe Engla zawsze proste?
 - ▶ Nie – krzywe Engla proste, wtedy gdy preferencje są *homotetyczne*

$$\forall_{\lambda > 0} (x_1, x_2) \succ (y_1, y_2) \Leftrightarrow (\lambda x_1, \lambda x_2) \succ (\lambda y_1, \lambda y_2)$$

- ▶ Wtedy nachylenie krzywych obojętności takie samo w każdym punkcie leżącym na tym samym promieniu ze środka układu współrzędnych

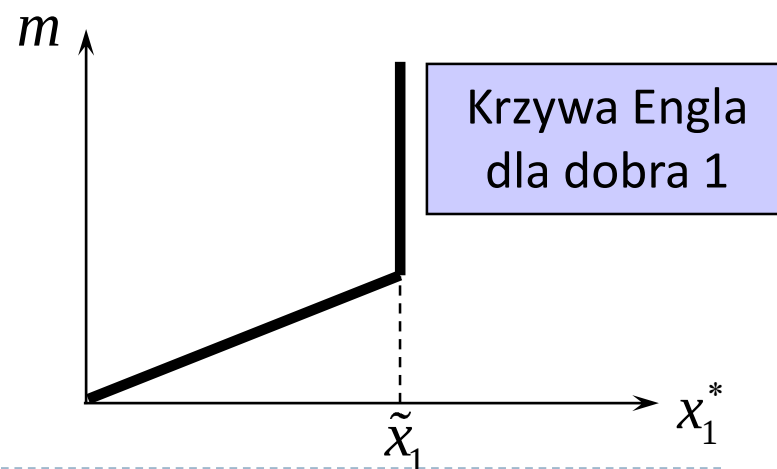
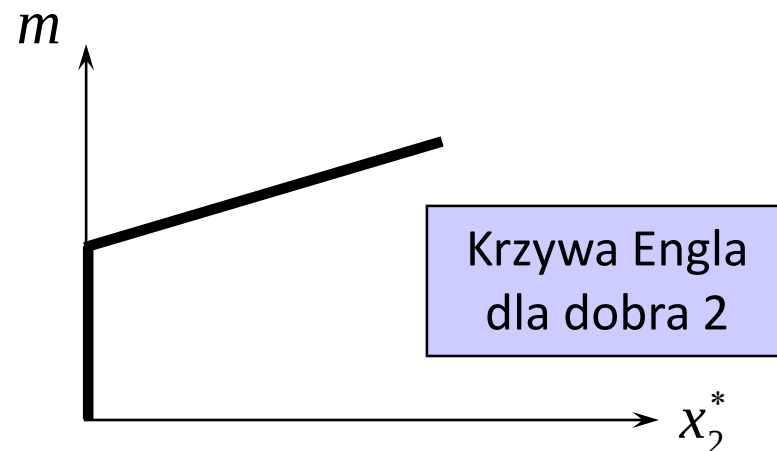
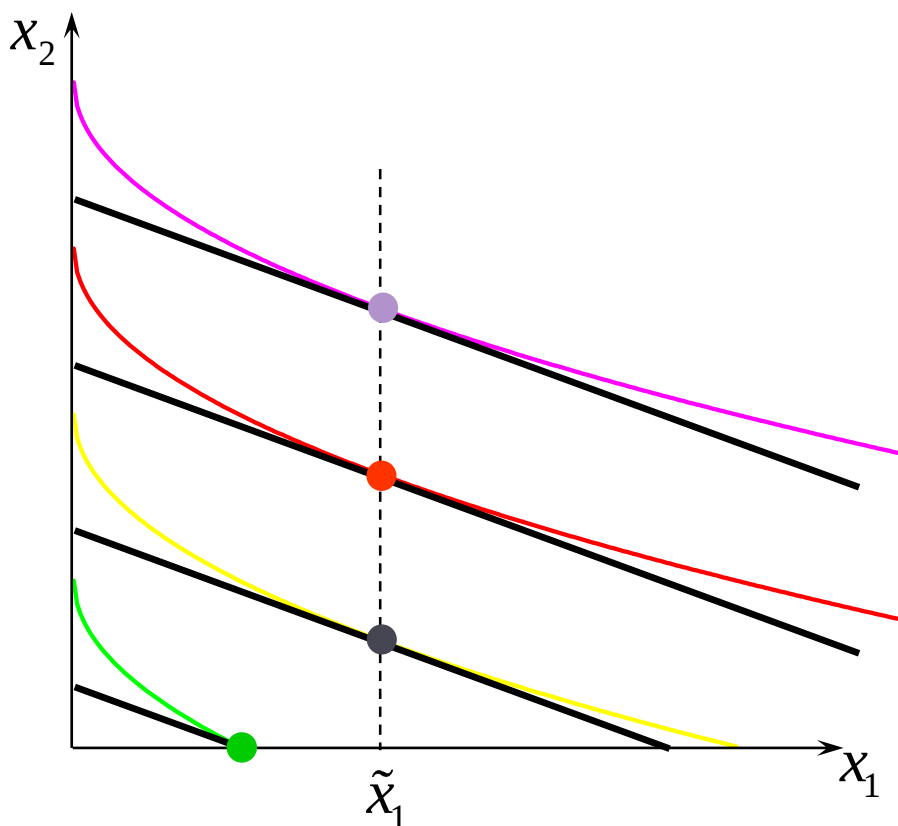
Statyka porównawcza – zmiany dochodu

► Homotetyczne preferencje



Statyka porównawcza – zmiany dochodu

- ▶ Niehomotetyczne są np. preferencje quasi-liniowe
- ▶ Np. $U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$



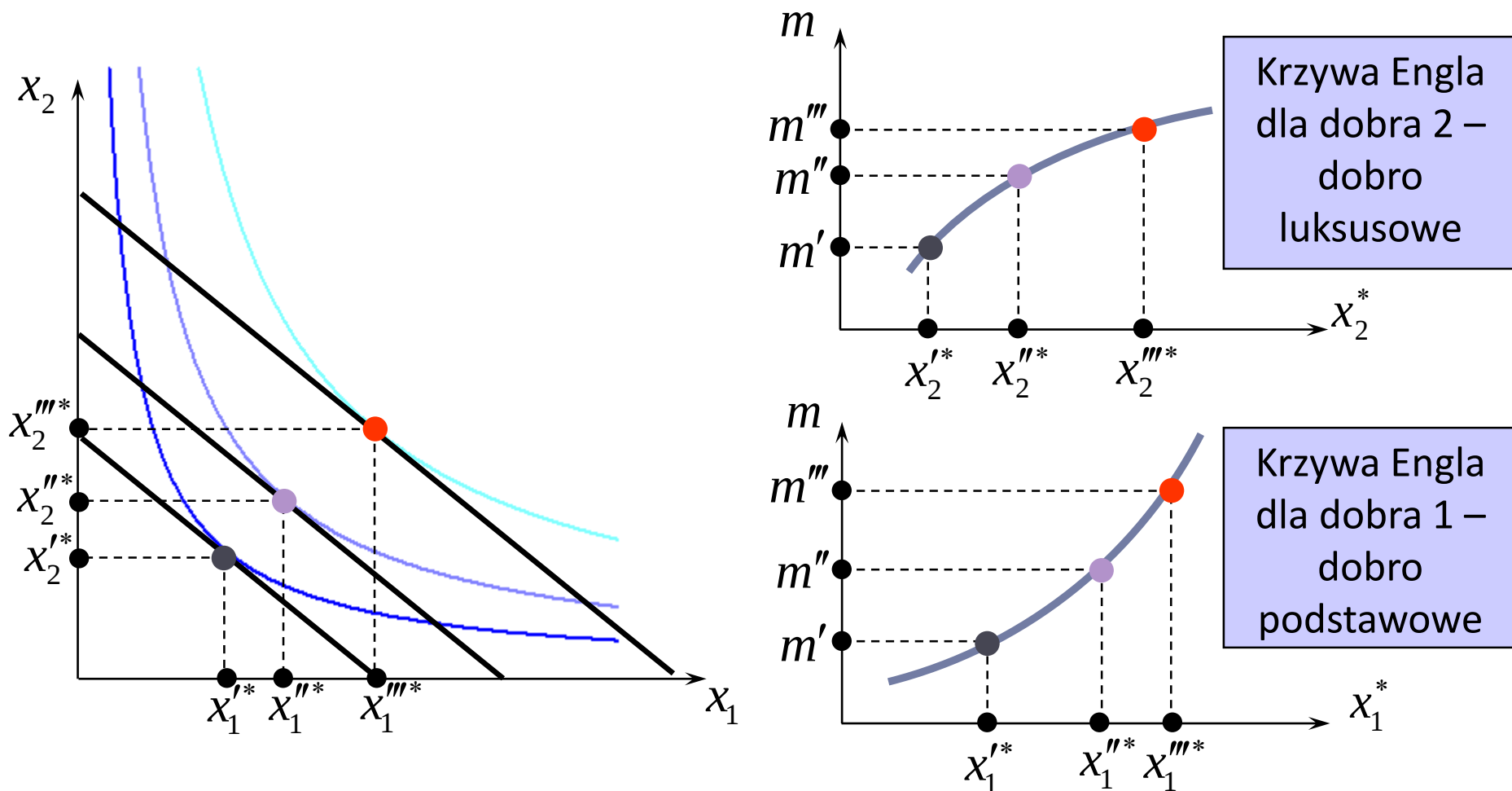
Statyka porównawcza – zmiany dochodu

- ▶ Jeśli popyt na dobro rośnie ze wzrostem dochodu – *dobro normalne*
 - ▶ Krzywe Engla dodatnio nachylone
- ▶ Jeśli popyt na dobro spada ze wzrostem dochodu – *dobro poślednie (dobro niższego rzędu, ang. inferior goods)*
 - ▶ Krzywe Engla ujemnie nachylone
- ▶ Jeśli popyt na dobro rośnie szybciej (ponadproporcjonalnie) niż dochód – *dobra luksusowe*
 - ▶ Krzywe Engla dodatnio nachylone i ściśle wklęsłe
- ▶ Jeśli popyt na dobro rośnie wolniej (mniej niż proporcjonalnie) niż dochód – *dobra podstawowe (dobra niezbędne, ang. necessary goods)*
 - ▶ Krzywe Engla dodatnio nachylone i ściśle wypukłe
- ▶ Krzywe Engla proste – preferencje homotetyczne



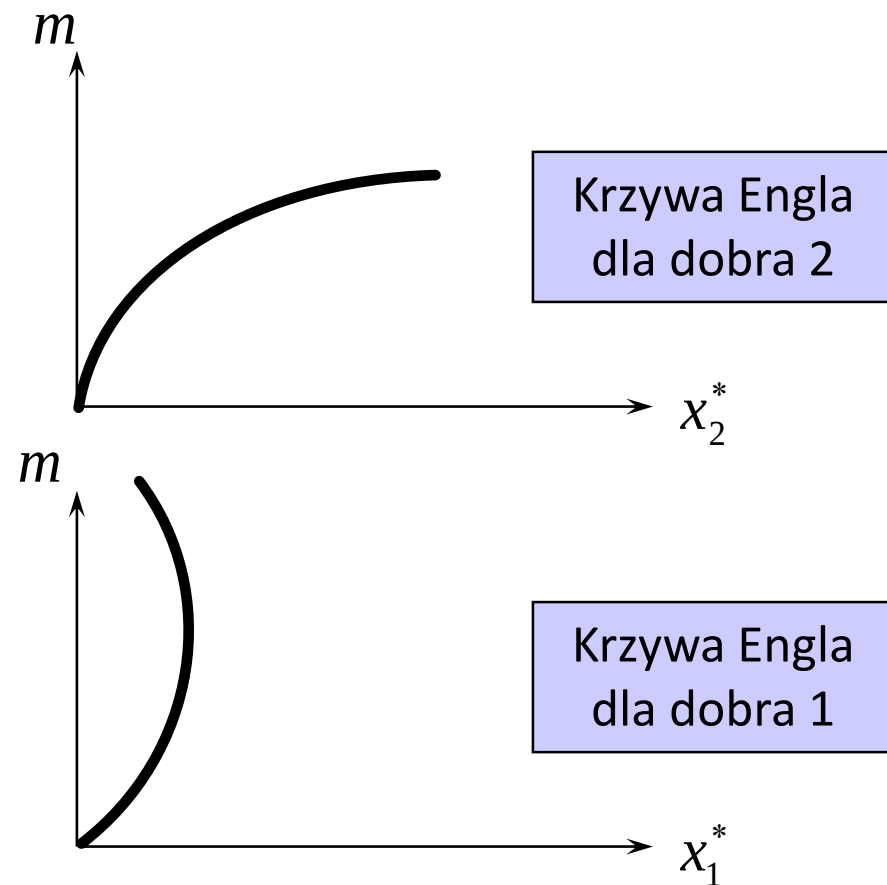
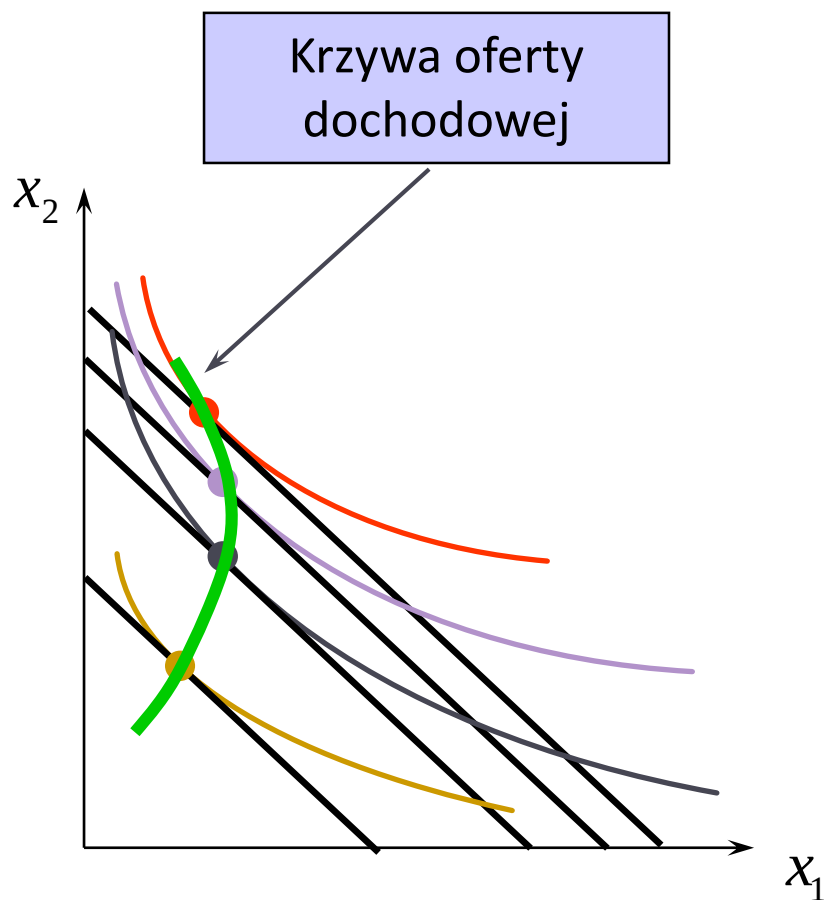
Statyka porównawcza – zmiany dochodu

► Krzywe Engla dla dóbr normalnych



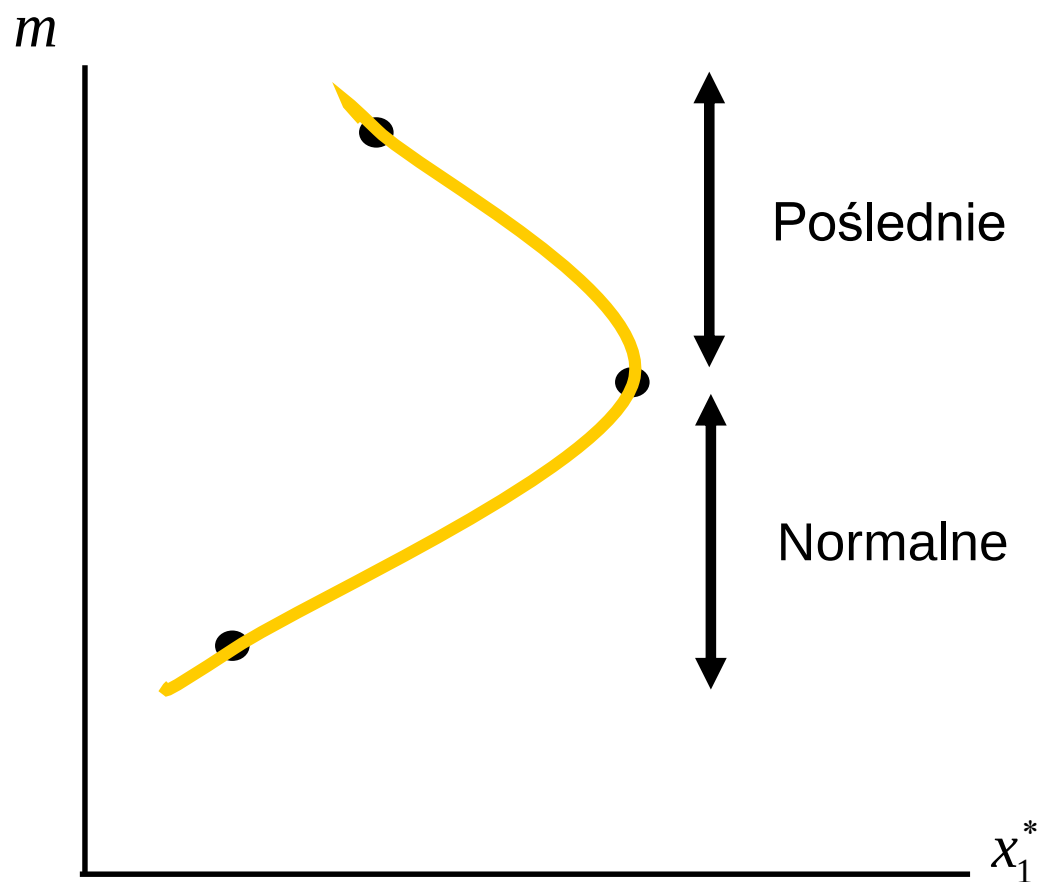
Statyka porównawcza – zmiany dochodu

► Krzywe Engla dla dóbr niższego rzędu



Statyka porównawcza – zmiany dochodu

- ▶ W praktyce krzywe Engla mogą zmieniać swoje nachylenie wraz ze zmianą dochodu



Statyka porównawcza – zmiany dochodu

▶ Przykłady dóbr normalnych

- ▶ Rozrywka – liczba wyjść do kina lub na koncert, podróże
- ▶ Ubrania
- ▶ Elektronika

▶ Przykłady dóbr niższego rzędu:

- ▶ Prosta (tania) żywność – ziemniaki, kasza, jedzenie w puszcze
- ▶ Komunikacja miejska
- ▶ Pożyczki ekspresowe
- ▶ Transport autobusowy/kolejowy



Statyka porównawcza – zmiany dochodu

▶ Elastyczność dochodowa popytu

- ▶ Mierzy jak relatywnie zmieni się popyt, jeśli relatywnie zmienić dochód

- ▶ Np. $Q_D = f(P, m) = A - BP + Cm$

$$\varepsilon_I Q_D = \frac{\partial Q / Q}{\partial m / m} = \frac{\partial Q}{\partial m} \cdot \frac{m}{Q}$$

- ▶ Dobra normalne – elastyczność dochodowa popytu > 0
- ▶ Dobra poślednie – elastyczność dochodowa popytu < 0
- ▶ Dobra luksusowe – elastyczność dochodowa popytu > 1
- ▶ Dobra podstawowe – elastyczność dochodowa popytu < 1



Odwrotna krzywa popytu

- ▶ Funkcja popytu – zdefiniowana jako ilość pożądana przy danym poziomie ceny (ilość funkcją ceny)
- ▶ Odwrotna funkcja popytu – cena, przy której określona ilość dobra byłaby pożądana (cena funkcją ilości)
- ▶ Opis tej samej zależności – przekształcenie



Odwrotna krzywa popytu

- ▶ Funkcja popytu dla preferencji Cobba-Douglasa:

$$x_1^*(p_1) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{m}{p_1}$$

- ▶ Odwrotna funkcja popytu:

$$p_1(x_1^*) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{m}{x_1^*}$$

- ▶ Funkcja popytu dla dóbr doskonale komplementarnych:

$$x_1^*(p_1) = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

- ▶ Odwrotna funkcja popytu:

$$p_1(x_1^*) = \frac{m}{x_1^*} - p_2$$



Praca samodzielna

- ▶ Literatura
 - ▶ Varian: Preferencje ujawnione

