

Mikroekonomia A.11

Maciej Wilamowski

Prosta arytmetyka finansowa

▶ Wartość w czasie

- ▶ Optymalne rozplanowanie dochodów / konsumpcji w czasie
- ▶ Wybór między konsumpcją teraz a w przyszłości

▶ Prosta arytmetyka finansowa

- ▶ Załóżmy, że są 2 okresy: 1 i 2
- ▶ Istnieje *stopa procentowa* r (na okres)
- ▶ 100 zł zostaje zaoszczędzone w okresie 1. Ile będzie do wykorzystania w okresie 2?
- ▶ Po 1 okresie: $100 + r \cdot 100 = 100(1 + r)$
 - ▶ Np. dla $r = 6\% = 0,06$ 100 zł po 1 okresie da $100(1 + 0,06) = 106$ zł
 - ▶ Wartość zaoszczędzonej kwoty w przyszłości to *wartość przyszła* (ang. *future value, FV*)



Prosta arytmetyka finansowa

- ▶ Załóżmy, że w przyszłym okresie otrzymamy 100 zł
- ▶ Ile byłbyś maksymalnie gotowy zapłacić za taką możliwość?
 - ▶ Zapłacić 100 zł za to, żeby dostać 100 zł za rok to kiepski interes – bo zamiast płacić, można zaoszczędzić i po roku mieć 106 zł zamiast 100
 - ▶ Ile należałoby zaoszczędzić w pierwszym okresie, żeby w kolejnym mieć dokładnie 100 zł?
 - ▶ m zaoszczędzone dzisiaj daje $m(1+r)$ w następnym okresie, więc:

$$m(1+r) = 100 \Rightarrow m = \frac{100}{1+r}$$

- ▶ *Wartość obecna* – dzisiejsza wartość kwoty, którą można dostać dopiero w przyszłości (ang. *present value, PV*)
- ▶ Np. dla $r = 0,06$ 100 zł po 1 okresie jest dziś warte tylko

$$PV = \frac{100}{1+0,06} = 94,34 \text{ zł}$$



Wybór międzyokresowy

- ▶ Konsument żyje w 2 okresach osiągając dochody m_1 i m_2 a konsumując c_1 i c_2 w każdym
 - ▶ Stopa procentowa wynosi r (można pożyczać i się zadłużać po tej samej stopie procentowej)
 - ▶ W jaki sposób optymalnie rozłożyć konsumpcję pomiędzy dwa okresy (jak wybrać c_1 i c_2)?
 - ▶ Aby odpowiedzieć trzeba znać:
 - ▶ Międzyokresowe ograniczenie budżetowe
 - ▶ Międzyokresowe preferencje
 - ▶ Jeśli konsument nie pożycza – konsumuje swój zasób początkowy, czyli $c_1 = m_1$ i $c_2 = m_2$



Wybór międzyokresowy

$r \uparrow \Rightarrow$ ograniczenie bardziej strome

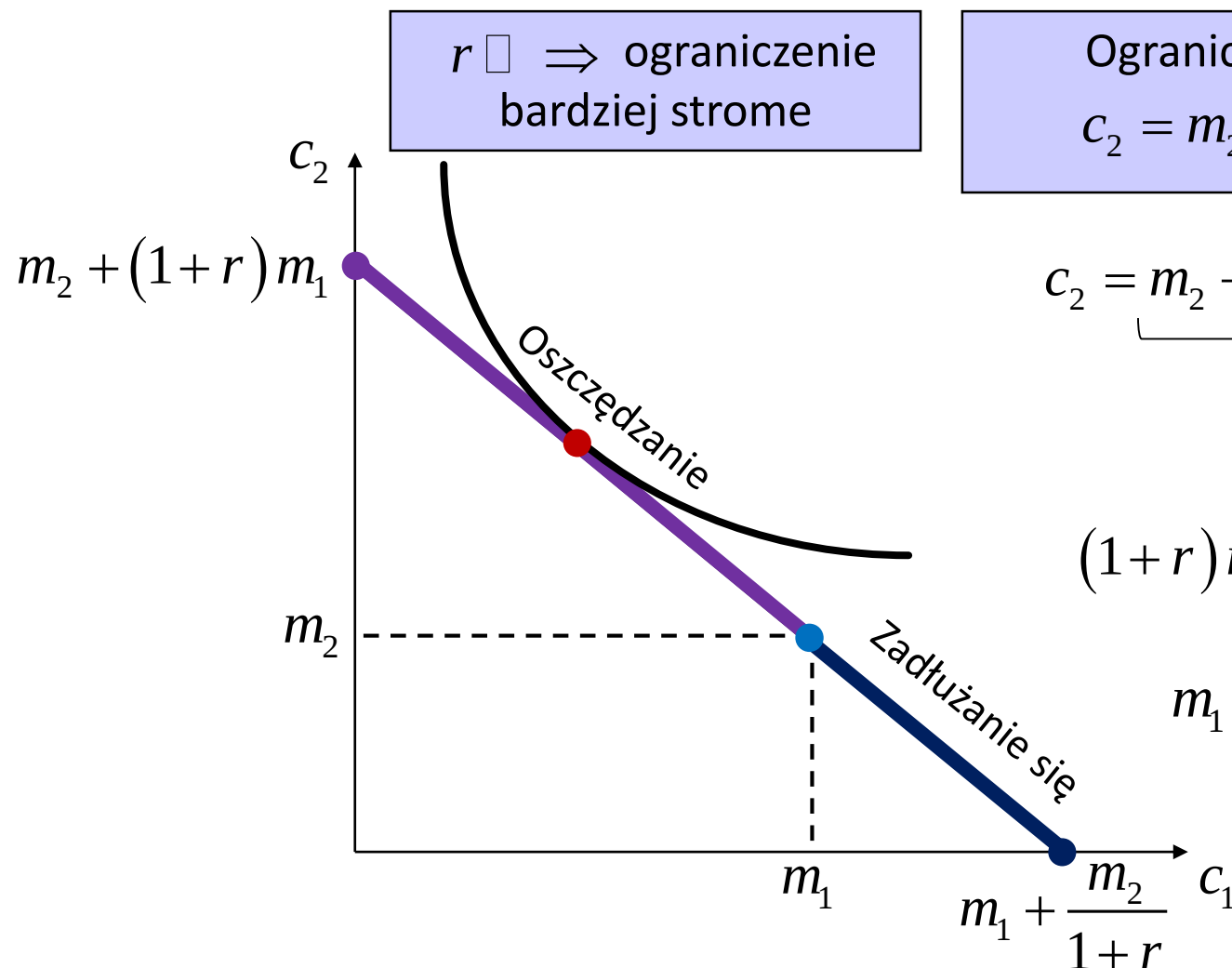
Ograniczenie budżetowe:

$$c_2 = m_2 + (1+r)(m_1 - c_1)$$

$$c_2 = \underbrace{m_2 + (1+r)m_1}_{\text{Stała}} - \underbrace{(1+r)c_1}_{\text{Nachylenie}}$$

$$(1+r)m_1 + m_2 = (1+r)c_1 + c_2$$

$$m_1 + \frac{m_2}{(1+r)} = c_1 + \frac{c_2}{(1+r)}$$



Wybór międzyokresowy

- ▶ Nie dopuszczamy zmiany poziomów cen pomiędzy 2 okresami:

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość przyszła - FV):

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2$$

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość obecna - PV):

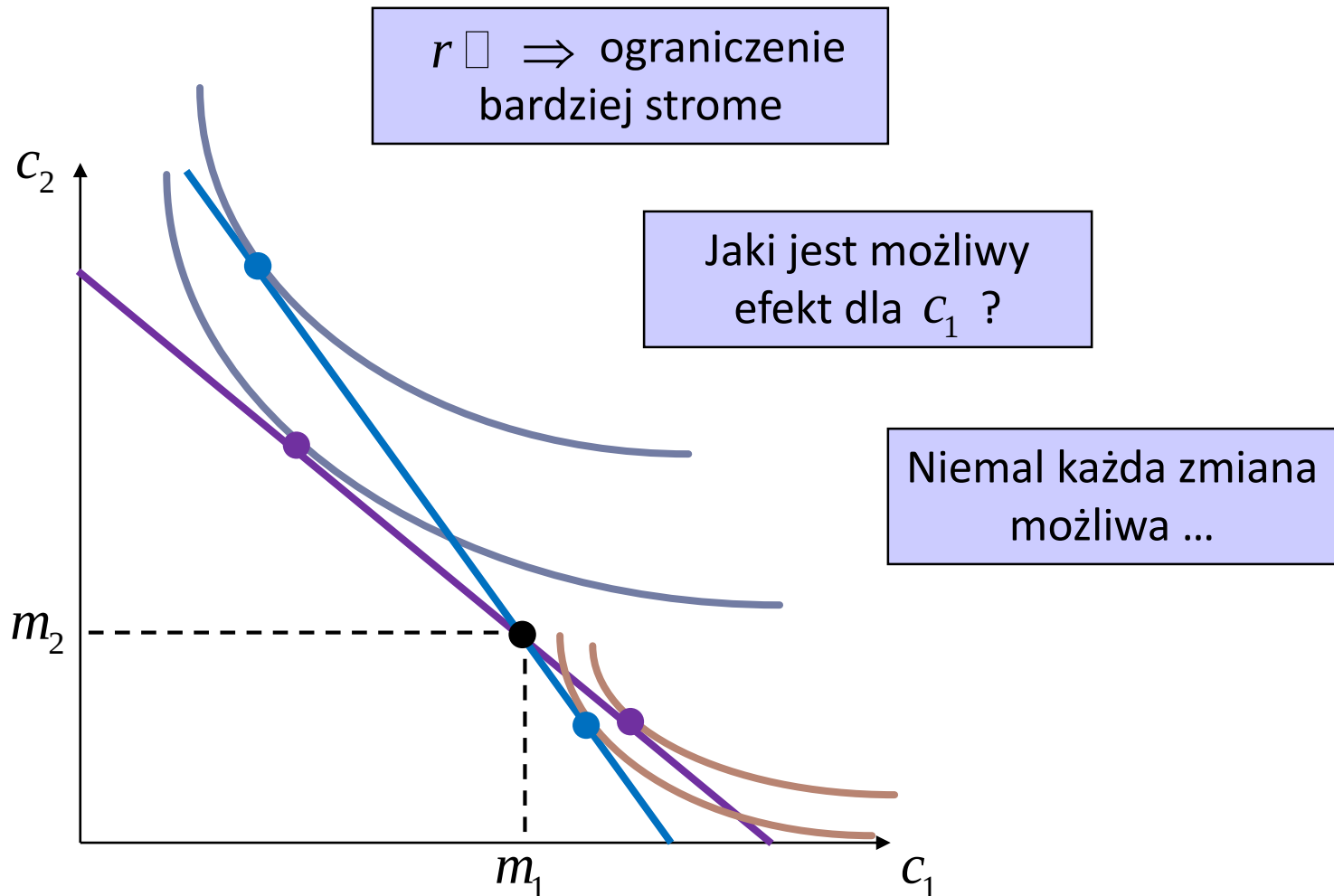
$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

- ▶ Konsumpcja w okresie 2:

$$c_2 = m_2 + (1+r)m_1 - (1+r)c_1$$



Równanie Słuckiego dla wyboru międzyokresowego



Równanie Słuckiego dla wyboru międzyokresowego

- ▶ Przy zmianie 'ceny' kredytu (stopy procentowej) zmienia się optymalna konsumpcja
- ▶ Równanie Słuckiego w wersji zasobowej:

$$\Delta c_1 = \Delta c_1^S + \Delta c_1^M + \Delta c_1^Z$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial p_1} = \frac{\partial c_1^S}{\partial p_1} + (m_1 - c_1) \frac{\partial c_1^M}{\partial m}$$

Równanie Słuckiego dla wyboru międzyokresowego

$$\frac{\partial c_1}{\partial p_1} = \frac{\partial c_1^S}{\partial p_1} + (m_1 - c_1) \frac{\partial c_1^M}{\partial m}$$
$$\begin{matrix} - & + & - & + \\ ? & \begin{pmatrix} + \\ - \end{pmatrix} & - & \begin{pmatrix} + \\ - \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- ▶ $r \square$ to bieżąca konsumpcja staje się relatywnie droższa niż przyszła, czyli tak jakby $p_1 \square$

- ▶ Wtedy:

- ▶ $\frac{\partial c_1^S}{\partial p_1} < 0$ (zawsze)
- ▶ $\frac{\partial c_1^M}{\partial m} > 0$ (jeśli c_1 – dobro normalne)
- ▶ $m_1 - c_1 < 0$ (jeśli konsument pożycza – $c_1 \square$)
- ▶ $m_1 - c_1 > 0$ (jeśli konsument oszczędza – $c_1 ?$)

Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce

- ▶ Dochód jest **w gotówce**.
- ▶ Dopuszczamy różny poziom cen pomiędzy 2 okresami:
 - ▶ Jeżeli w pierwszym okresie zarobię 100, a w drugim 0
 - ▶ Stopa procentowa wynosi $r=5\%$
 - ▶ Obecnie cena pomarańczy wynosi 10
 - ▶ W następnym okresie pomarańcze będą droższe – ich cena będzie wynosić 15.
- ▶ Ile maksymalnie pomarańczy możemy kupić w drugim okresie?
 - ▶ Gotówka $\rightarrow$ oprocentowanie $\rightarrow$ zakup pomarańczy za gotówkę
 - ▶ $100 \rightarrow 105 \rightarrow 105/15 = 7$
- ▶ Jak zmieni się odpowiedź na to pytanie jeżeli w drugim okresie mój dochód wyniesie tyle samo co w pierwszym?



Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce

- ▶ Dochód jest **w gotówce**.
- ▶ Dopuszczamy różny poziom cen pomiędzy 2 okresami:

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość przyszła - FV):

$$(1+r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1+r)m_1 + m_2$$

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość obecna - PV):

$$p_1c_1 + \frac{p_2c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

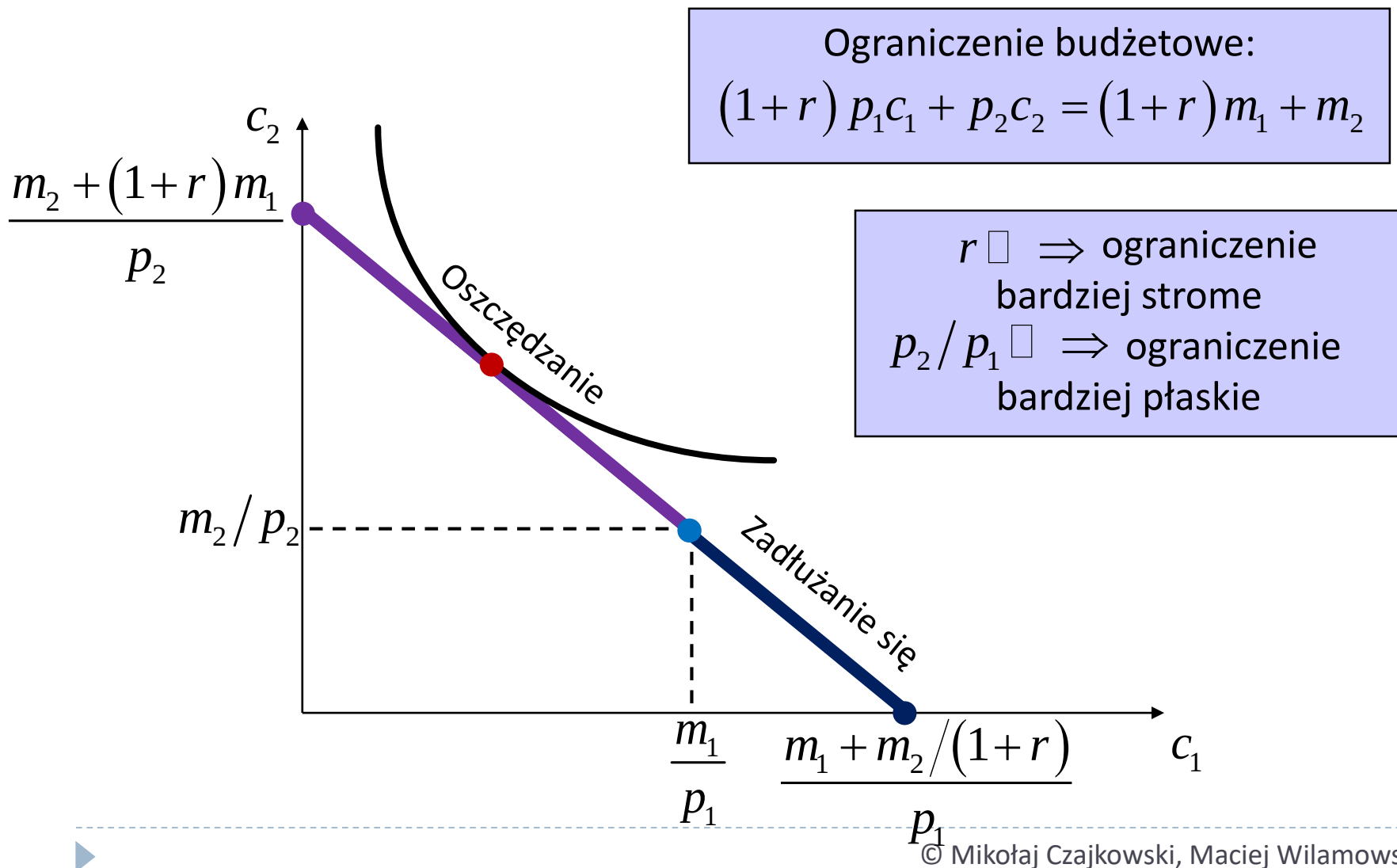
- ▶ Konsumpcja w okresie 2:

$$c_2 = \frac{m_2 + (1+r)m_1}{p_2} - \frac{(1+r)p_1c_1}{p_2}$$

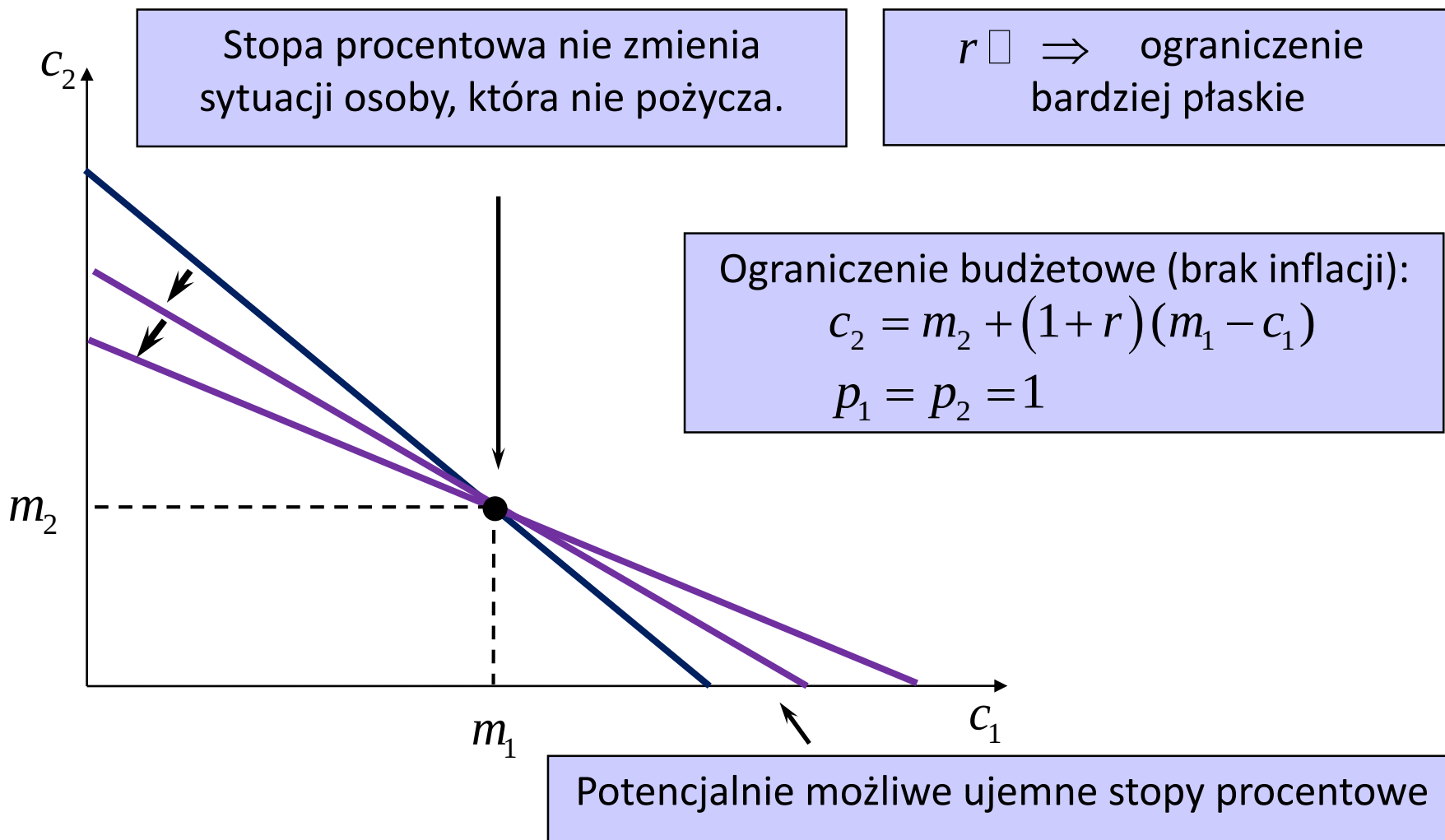
$$c_2 = \frac{m_2}{p_2} + \frac{(1+r)(m_1 - p_1c_1)}{p_2}$$



Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce



Wybór międzyokresowy – dochód w gotowce



Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce

- ▶ Zdefiniujemy *inflację*: $p_2 = (1 + \pi) p_1$
- ▶ I założmy, że początkowa cena $p_1 = 1$
- ▶ Wtedy ograniczenie budżetowe z inflacją:

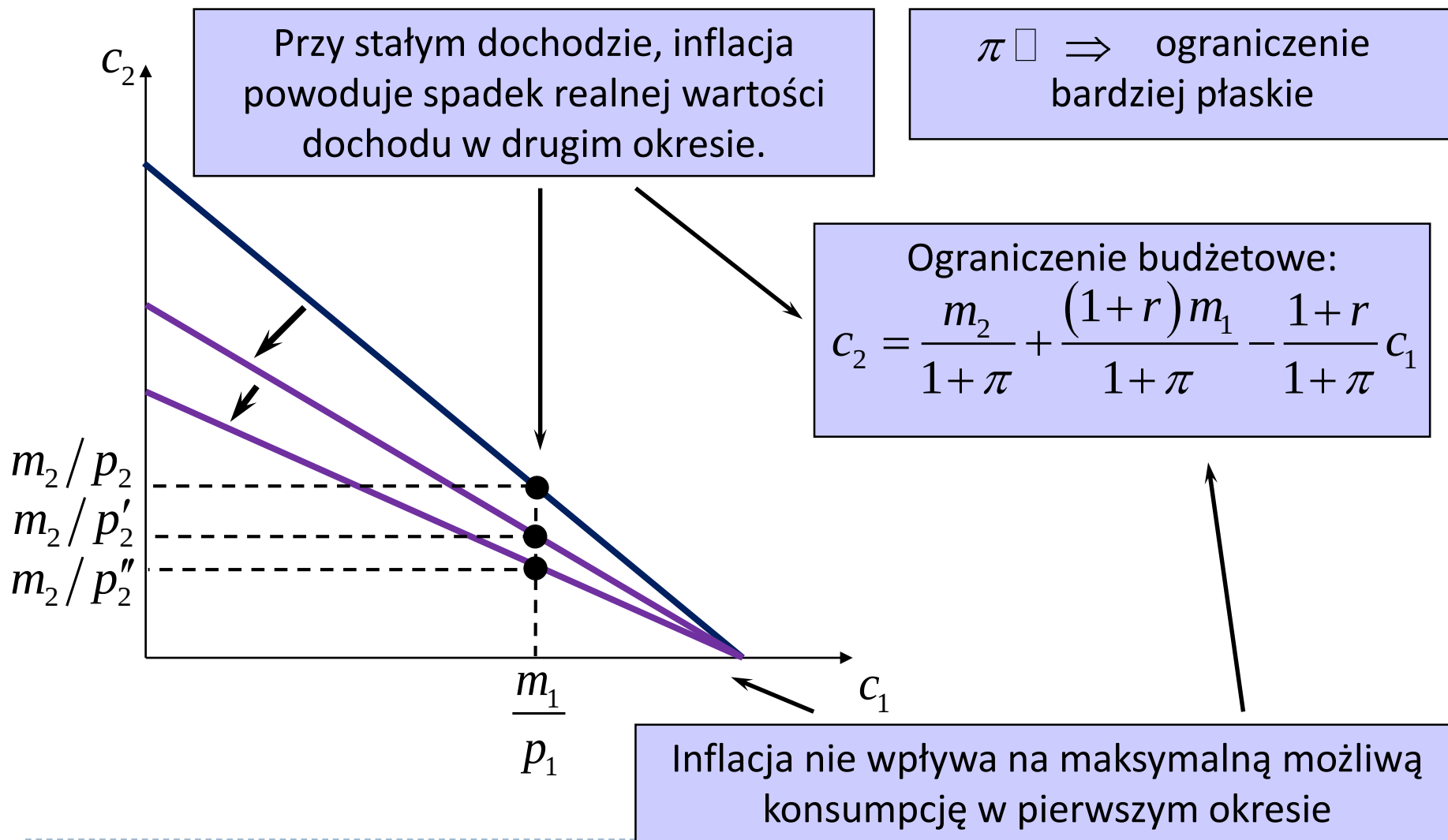
$$(1 + r) p_1 c_1 + p_2 c_2 = (1 + r) m_1 + m_2$$

$$(1 + r) c_1 + (1 + \pi) c_2 = (1 + r) m_1 + m_2$$

$$c_2 = \underbrace{\frac{(1 + r) m_1 + m_2}{1 + \pi}}_{\text{Stała}} - \underbrace{\frac{1 + r}{1 + \pi}}_{\text{Nachylenie}} c_1$$

Realny współczynnik dyskontujący

Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce



Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce

- ▶ Dochód jest **w gotówce**.
- ▶ Możliwa **inna stopa procentowa dla pożyczkodawcy i pożyczkobiorcy**.
- ▶ Ograniczenie budżetowe pożyczkobiorcy:

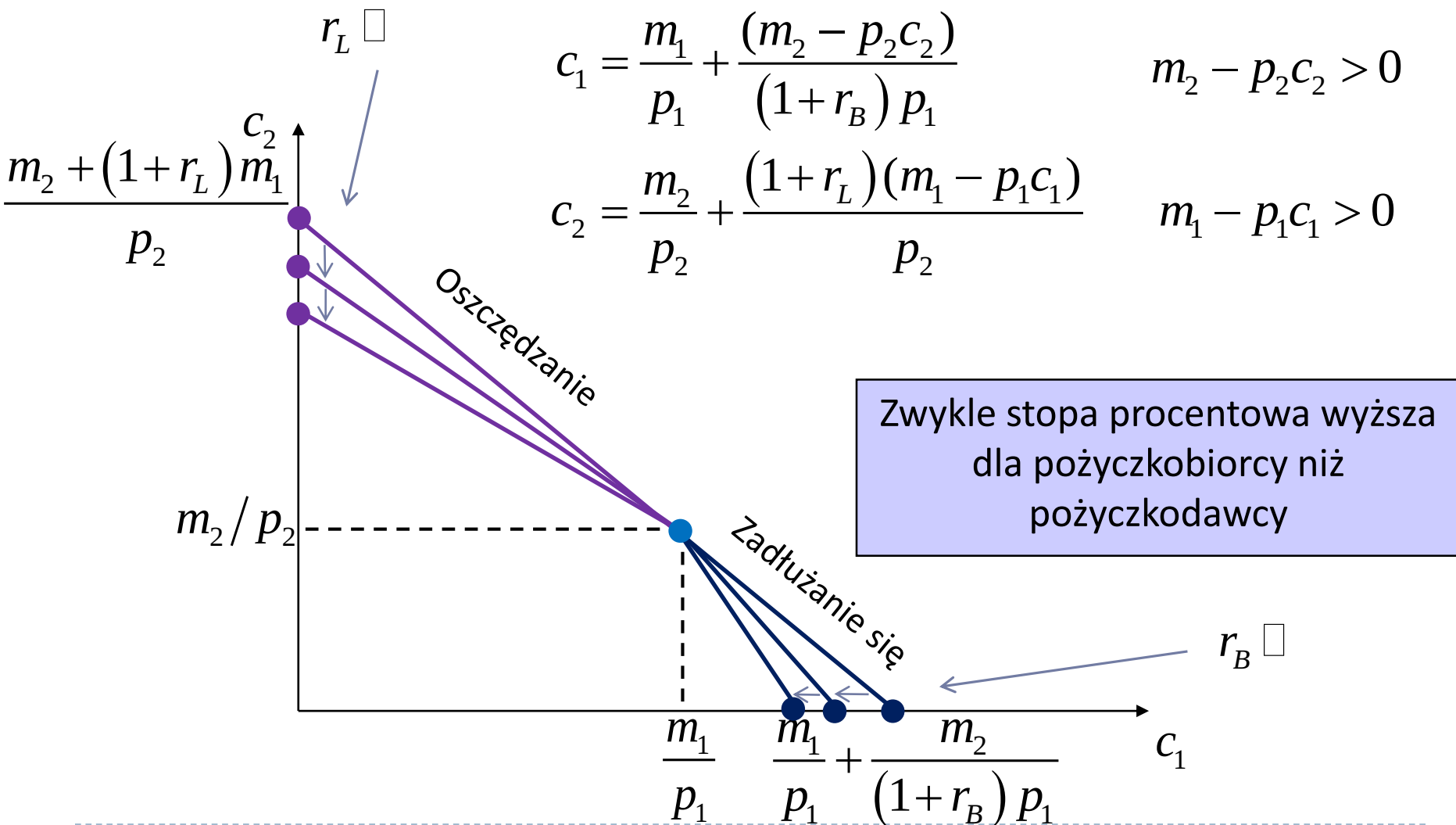
$$c_1 = \frac{m_1}{p_1} + \frac{(m_2 - p_2 c_2)}{(1 + r_B) p_1} \quad m_2 - p_2 c_2 > 0$$

- ▶ Ograniczenie budżetowe pożyczkodawcy:

$$c_2 = \frac{m_2}{p_2} + \frac{(1 + r_L)(m_1 - p_1 c_1)}{p_2} \quad m_1 - p_1 c_1 > 0$$



Wybór międzyokresowy – dochód w gotówce



Wybór międzyokresowy w praktyce

- ▶ W większości przypadków mamy do czynienia z preferencją konsumpcji bieżącej.
 - ▶ Czekanie jest kosztowne, dlatego preferujemy konsumować teraz niż później.
 - ▶ W przypadku firm nie ma preferencji konsumpcji bieżącej, ale możliwość wyższej stopy zwrotu z inwestycji własnej w porównaniu z kosztem kredytu.
 - ▶ Jednocześnie większość konsumentów spodziewa się wzrostu dochodów w przyszłości.
- ▶ W rezultacie typowy konsument jest pożyczkobiorcą:
 - ▶ Kredyty hipoteczne, kredyty konsumenckie, chwilówki

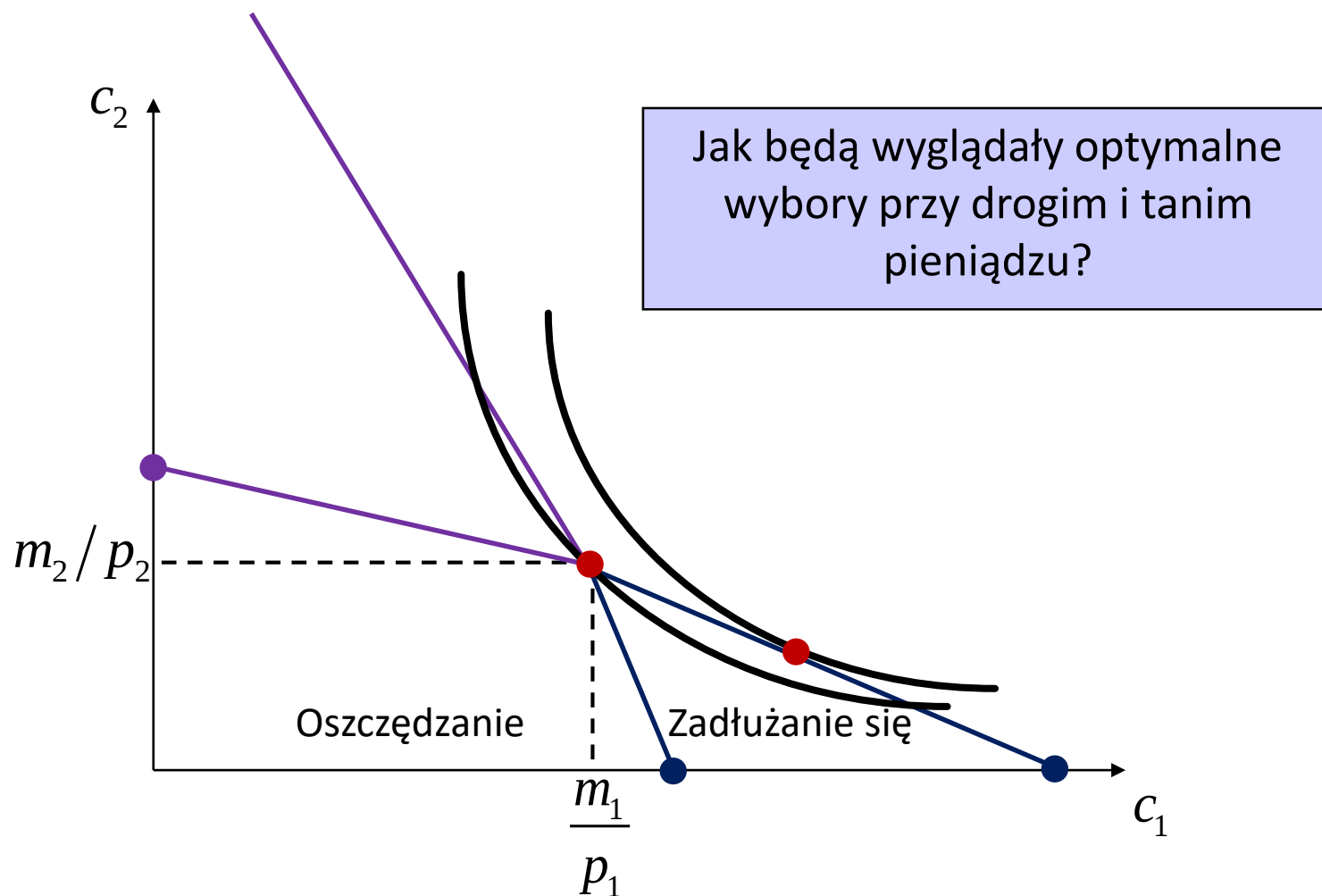


Wybór międzyokresowy w praktyce

- ▶ Analiza międzyokresowa dobrze pokazuje wpływ ceny pieniądza na wybory konsumentów.
 - ▶ Szczególnie widoczne przy bardzo drogim oraz bardzo tanim (ujemne oprocentowanie) pieniądzu.



Wybór międzyokresowy w praktyce



Wybór międzyokresowy – dochód zasobowy

- ▶ Dochód jest **w zasobie**.
- ▶ Dopuszczamy różny poziom cen pomiędzy 2 okresami:
 - ▶ Jeżeli w pierwszym okresie wydobędę tyle węgla, że będę mógł sobie za to kupić 10 pomarańczy, a w drugim okresie nie będę wydobywał węgla
 - ▶ Stopa procentowa wynosi $r=5\%$
 - ▶ Obecnie cena pomarańczy wynosi 10
 - ▶ W następnym okresie wszystkie ceny wzrosną o 50%
- ▶ Ile maksymalnie pomarańczy możemy kupić w drugim okresie?
 - ▶ Węgiel $\rightarrow$ Gotówka $\rightarrow$ oprocentowanie $\rightarrow$ pomarańcze za gotówkę
 - ▶ Węgiel $\rightarrow 100 \rightarrow 105 \rightarrow 105/15 = 7$
- ▶ Jak zmieni się odpowiedź na to pytanie, jeżeli w drugim okresie wydobywałbym tyle samo węgla co w pierwszym?



Wybór międzyokresowy – dochód zasobowy

- ▶ Dochód jest **w zasobie**.
- ▶ **Pomiędzy okresami możemy przenosić wyłącznie gotówkę.**
- ▶ Dopuszczamy różny poziom cen pomiędzy 2 okresami:

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość przyszła - FV):

$$(1+r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1+r)p_1m_1 + p_2m_2$$

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość obecna - PV):

$$p_1c_1 + \frac{p_2c_2}{1+r} = p_1m_1 + \frac{p_2m_2}{1+r}$$

- ▶ Konsumpcja w okresie 2:

$$c_2 = \frac{(1+r)(p_1m_1 - p_1c_1)}{p_2} + m_2$$



Wybór międzyokresowy – dochód zasobowy

- ▶ Zdefiniujemy *inflację*: $p_2 = (1 + \pi) p_1$
- ▶ I założmy, że początkowa cena $p_1 = 1$
- ▶ Wtedy ograniczenie budżetowe z inflacją:

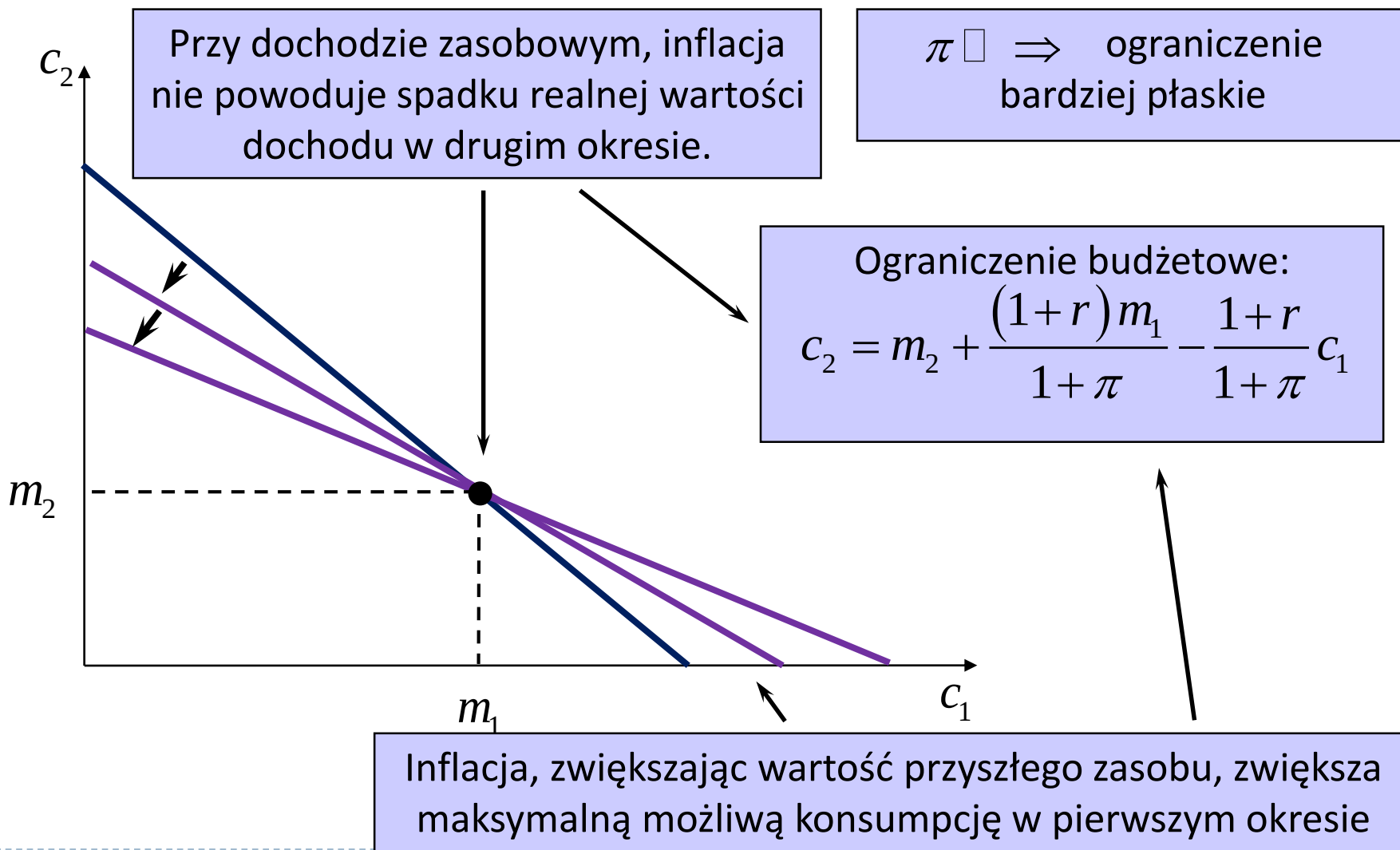
$$(1 + r) p_1 c_1 + p_2 c_2 = (1 + r) p_1 m_1 + p_2 m_2$$

$$(1 + r) c_1 + (1 + \pi) c_2 = (1 + r) m_1 + (1 + \pi) m_2$$

$$c_2 = \underbrace{\frac{(1 + r)}{1 + \pi} m_1 + m_2}_{\text{Stała}} \underbrace{- \frac{1 + r}{1 + \pi} c_1}_{\text{Nachylenie}}$$

Realny współczynnik dyskontujący

Wybór międzyokresowy – dochód w zasobowy



Wybór międzyokresowy – dochód zasobowy II

- ▶ Dochód w zasobie, **ale NIE w jednostkach konsumowanych!**
 - ▶ Konsument wytwórca np. rolnik, pszczelarz, hodowca, etc.
- ▶ **Pomiędzy okresami możemy przenosić wyłącznie gotówkę.**
- ▶ Wartość zasobu może zmieniać się **inaczej niż ceny konsumowanych dóbr.**
- ▶ Dopuszczamy różny poziom cen pomiędzy 2 okresami oraz inne ceny zasobu niż konsumpcji:

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość przyszła - FV):

$$(1+r)p_1c_1 + p_2c_2 = (1+r)p_{z1}m_1 + p_{z2}m_2$$

- ▶ Ograniczenie budżetowe (wartość obecna - PV):

$$p_1c_1 + \frac{p_2c_2}{1+r} = p_{z1}m_1 + \frac{p_{z2}m_2}{1+r}$$
$$c_2 = \frac{(1+r)(p_{z1}m_1 - p_1c_1) + p_{z2}m_2}{p_2}$$

- ▶ Konsumpcja w okresie 2:

Wybór międzyokresowy – dochód zasobowy II

- ▶ Zdefiniujmy *inflację*: $p_2 = (1 + \pi) p_1$
- ▶ I założmy, że początkowa cena $p_1 = 1$
- ▶ Wtedy ograniczenie budżetowe z inflacją:

$$(1 + r) p_1 c_1 + p_2 c_2 = (1 + r) p_{z1} m_1 + p_{z2} m_2$$

$$(1 + r) c_1 + (1 + \pi) c_2 = (1 + r) p_{z1} m_1 + p_{z2} m_2$$

$$c_2 = \underbrace{\frac{(1 + r) p_{z1} m_1 + p_{z2} m_2}{1 + \pi}}_{\text{Stała}} - \underbrace{\frac{1 + r}{1 + \pi}}_{\text{Nachylenie}} c_1$$

Realny współczynnik dyskontujący

Realna stopa procentowa

► *Realna stopa procentowa* ρ wyznaczana jest przez $1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}$

► Stąd: $\rho = \frac{1 + r}{1 + \pi} - 1 = \frac{1 + r - 1 - \pi}{1 + \pi} = \frac{r - \pi}{1 + \pi}$

► Dla π bliskiego 0 $\rho \approx r - \pi$

r	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
π	0,0	0,05	0,10	0,20	1,00
$r - \pi$	0,30	0,25	0,20	0,10	-0,70
ρ	0,30	0,24	0,18	0,08	-0,35

Praca samodzielna

- ▶ Literatura

- ▶ V: 11 – Rynki aktywów

